



## Занятия 5 и 6

### I. Испытания, успех и неудача. Испытания до первого успеха

1. Стрелок попадает в цель с вероятностью  $0,2$  при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он попал в цель с вероятностью не менее  $0,95$ ?
2. Колода из 36 игральных карт хорошо перетасована. Карты открывают по одной. Какова вероятность, что первый туз появится ровно шестой картой по счету?
3. Противокорабельная артиллерийская система стреляет по алгоритму «залп-контроль-залп»: если первая ракета не поразила цель, по ней выпускается вторая ракета. Третья не выпускается ни в каком случае. Известно, что каждая отдельная ракета поражает цель с вероятностью  $0,8$ . Почему в алгоритм не заложен третий выстрел?

### II. Серия испытаний Бернулли

4. Какова вероятность того, что из 10 последовательных бросаний монеты ровно 4 окончатся орлом?
5. Альбина Яковлевна знает, что вероятность того, что саженец приживется на ее участке, равна  $0,85$ .
  - а) Какова вероятность того, что из 100 высаженных саженцев приживутся ровно 85?
  - б) Вероятность какого события больше – приживутся ровно 85, ровно 86 или ровно 84?
  - в) Что можно сказать про прогноз «Приживутся ровно 85 саженцев»? Лучше ли он любого другого прогноза? Насколько он определен? Насколько он надежный?
  - г) Как построить прогноз с надежностью не менее  $0,95$ ? Как при этом изменится определенность прогноза?
  - д) Сколько купить саженцев, чтобы с вероятностью не менее  $0,95$  прижилось хотя бы 100 из них?
6. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна  $0,7$ . Какова вероятность того, что стрелок поразит ровно четыре мишени из пяти?

7. Система ПВО выпускает по одной воздушной цели три ракеты почти одновременно (с интервалом 1 с). Известно, что каждая отдельная ракета поражает цель с вероятностью 0,65. Какова вероятность того, что цель будет поражена хотя бы одной из ракет? Почему алгоритм стрельбы ПВО отличается от алгоритма стрельбы противокорабельной артиллерийской системы?
8. Завод изготовил 10000 автомобилей, в конструкции которых есть главная гайка. Известно, что каждый автомобиль в течение гарантийного срока требует замены главной гайки с вероятностью 0,04.
- а) Найдите вероятность того, что для обеспечения гарантийных обязательств потребуется не более 40 главных гаек.
- б) Сколько главных гаек нужно иметь в запасе, чтобы хватило для нужд гарантийного ремонта с вероятностью не менее 0,95?

### III. Выбор из конечной совокупности

9. Из класса, в котором 10 мальчиков и 17 девочек случайным образом выбирают 3 учеников. Какова вероятность того, что в выборку попадет ровно 2 мальчика?
10. Случайная последовательность длины  $N$  состоит из  $K$  единиц и  $N - K$  нулей. Какова вероятность того, что среди первых  $n$  членов этой последовательности окажется ровно  $k$  единиц?
11. Во многих карточных играх принято определять первого сдающего «раздачей на туза». Владелец колоды сдает карты по часовой стрелке (себе последнему) до тех пор, пока кому-то не попадет туз. Является ли этот жребий честным? Какова вероятность того, что первым сдающим окажется:
- а) первый слева от владельца колоды;
- б) сам владелец колоды?
- в) Как сделать жребий честным?
12. Тринадцать математиков прилетели в большом самолете в Шанхай и в зале выдачи багажа ждут свои чемоданы. Грузчики в случайном порядке забрасывают на ленту 250 чемоданов. Какова вероятность того, что все 13 чемоданов группы математиков окажутся среди первых 125 чемоданов?
13. В совокупности  $n_1$  объектов первого вида,  $n_2$  объектов второго вида и так далее до объектов  $k$ -го вида, которых ровно  $n_k$ . Какова вероятность того, что в случайной выборке из этой совокупности объемом  $m$  окажется ровно  $m_1$  объектов первого вида,  $m_2$  объектов второго вида и так далее?