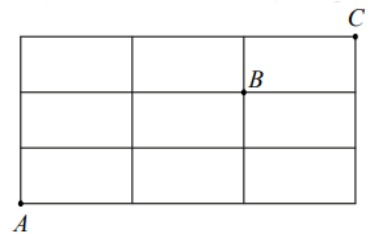




## Занятия 3 и 4

I. Условная вероятность, независимость событий,  
формула полной вероятности

1. **Чанг Квок Кей (Гонконг).** Какова вероятность того, что случайный путь из точки  $A$  в точку  $C$  пройдет через точку  $B$ . Можно двигаться только вправо и вверх вдоль прямых сетки.



**Решение 1.** Искомая вероятность равна

$$\frac{(\text{число путей } AB) \cdot (\text{число путей } BC)}{\text{число путей } AC} = \frac{6 \cdot 2}{20} = 0,6.$$

**Решение 2.** Искомая вероятность равна  $P(AB) \cdot P(BC) = 6 \cdot 0,5^4 \cdot (2 \cdot 0,5) = 0,375$ .

Какое решение верно?

2. При двукратном бросании игральной кости выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?
3. Известно, что в семье двое детей. Какова вероятность того, что в семье два мальчика, если известно, что один из детей: а) мальчик; б) мальчик, родившийся в понедельник?
4. К юбилею Санкт-Петербургских математических олимпиад монетный двор отчеканил три юбилейные монеты. Одна монета получилась правильно, у второй монеты на обеих сторонах оказалось два орла, а у третьей обе стороны — решки. Директор монетного двора не глядя выбрал одну из этих трёх монет и бросил её наудачу. Выпал орёл. Чему равна вероятность того, что на второй стороне этой монеты тоже орёл?
5. Игральная кость имеет форму правильного тетраэдра. На одной грани синяя точка, на второй — зеленая, на третьей — красная. На четвертой грани три точки всех трёх цветов. Кость бросают один раз. Обозначим события «выпадет грань с красной точкой», «выпадет грань с зелёной точкой» и «выпадет грань с синей точкой» буквами  $R$ ,  $G$  и  $B$ .
- а) Независимы ли два события  $G$  и  $B$ ? б) Независимы ли три события  $G$ ,  $B$  и  $R$ ?
6. Ровно половина населения острова Невезения — зайцы, а остальные — кролики. Жители острова никогда не лгут сознательно, но могут добросовестно заблуждаться. Зайцы добросовестно заблуждаются в среднем в каждом четвертом случае, а кролики добросовестно заблуждаются в среднем в каждом третьем случае. Однажды в центр острова вышел зверь и закричал: «Я не заяц!» Через некоторое время он грустно сказал: «Я не кролик». Какова вероятность того, что он всё же заяц?

7. Среди приверженцев некоторой политической партии 40 % — женщины, 70 % — городские жители. При этом 60 % горожан, поддерживающих партию, — мужчины. Независимы ли события «приверженец партии — горожанин» и «приверженец партии — женщина»?
8. Вероятность рождения двойняшек в Швамбрании равна  $p$ , тройняшки в Швамбрании не рождаются. В семье швамбранского премьер-министра трое детей. Какова вероятность того, что среди них есть пара двойняшек?
9. Задние габаритные фонари для автомобилей ВАЗ выпускают во Владимире (60% всех фонарей, среди них 2% брака) и в Киржаче (все остальные фонари, среди них 3% брака). Какова вероятность того, что случайно выбранный в магазине фонарь:  
а) бракованный; б) сделан во Владимире, если известно, что он бракованный?
10. У Портоса в левом кармане камзола было семь монет: 3 луидора и 4 экю, а в правом — пять монет: 2 луидора и 3 экю. Какой-то карман прохудился, и две монеты выпали на дорогу.  
а) Какова вероятность, что обе выпавшие монеты — луидоры?  
б) Скачущий следом за Портосом Арамис увидел, что у Портоса из камзола выпали одно экю и один луидор. Какова вероятность того, что прохудился правый карман?
11. Игральную кость бросили несколько раз, и оказалось, что в сумме выпало 4 очка. Какова вероятность того, что было сделано два броска?
12. \*В автобусе  $n$  мест, и все билеты проданы  $n$  пассажирам. Первым в автобус заходит Рассеянный Учёный и не глядя на билет занимает первое попавшееся место. Каждый следующий вошедший пассажир занимает своё место, если оно свободно или первое попавшееся свободное место, если его место занято. Найдите вероятность того, что пассажир, вошедший последним, займёт место согласно своему билету.

## II. Геометрическая вероятность

1. На окружности случайно и независимо друг от друга выбирают две точки. Какова вероятность того, что они окажутся друг от друга на расстоянии менее одного радиуса?
2. На окружности случайно и независимо друг от друга выбирают три точки. Какова вероятность того, что эти точки являются вершинами остроугольного треугольника?
3. (Задача о встрече) Два приятеля – Иван и Евгений – давно не виделись и решили вместе пообедать в ресторане. Оба занятые люди, встреча может сорваться, поэтому договорились так: Иван приходит в ресторане где-то между полуднем и часом дня и ждет ровно 15 минут, затем уходит, если Евгения нет. Евгений поступает так же. Какова вероятность того, что они встретятся?
4. \*(Задача об игле Бюффона). Плоскость разграфлена параллельными прямыми; соседние прямые отстоят друг от друга на расстояние  $a$ . На плоскость бросают иглу длиной  $l$ . Какова вероятность того, что игла пересечет хотя бы одну из прямых?
5. Два крестьянина, имея изрядную сумму денег каждый, отправились на ярмарку, где мало-помалу истратили почти все деньги. У каждого после последней покупки осталось несколько денег, но меньше рубля, а сколько – никто не знает. Тут первый крестьянин говорит второму: а давай сыграем: если наскребёшь по карманам денег вдвое больше против моего, я тебе свои отдам, а нет – ты мне свои. Какова вероятность того, что первый выигрывает?
6. Братья отправились на ярмарку за покупками. Поистратившись, встретились и пошли было к выходу, но повстречали цыгана, который продавал топор за 1 рубль 20 копеек. Захотели братья купить этот топор. У каждого из двоих осталось несколько мелочи, но менее рубля у каждого. Какова вероятность, что братьям хватит денег, чтобы купить топор в складчину?
7. \*У одного племени был странный обычай — перед началом сезона дождей шаман подбрасывал вверх цепочку из трёх тонких одинаковых прутиков, причем соседние прутики могли свободно вращаться друг относительно друга. Прутики падали на песок, образуя ломаную из трех звеньев. Если ломаная образовывала самопересечение, то считалось, что племя в наступающем году ждут неурожай и болезни. Если же самопересечения не было, то год обещал быть сытным и счастливым. Найдите вероятность того, что на следующий год прутья напророчат удачу.
8. \*На плоскость нанесена квадратная сетка. Сторона каждого квадрата 1. На эту плоскость случайным образом бросают иглу длиной 1. Какова вероятность того, что эта игла пересечет хотя бы одну из прямых?