



## Занятие 13

### Распределение Пуассона

1. Предположим, что время ожидания некоторого события имеет экспоненциальное распределение  $Exp(\theta)$  с функцией распределения  $F(t) = 1 - e^{-t/\theta}$ , где параметр  $\theta$  – среднее время ожидания.
  - а) Какой смысл имеет величина  $\lambda = 1/\theta$ ?
  - б) Пользуясь приближенным равенством  $e^x \approx 1 + x$  при близких к нулю  $x$ , найдите приближенное выражение для вероятности  $p$  того, в течение интервала времени продолжительностью  $1/n$  случится ожидаемое событие.
2. В предположениях задачи 1 составьте выражение для вероятности того, что в течение единицы времени наступит ровно  $k$  событий, и найдите предел этой вероятности при  $n \rightarrow \infty$ . Выпишите пять первых членов полученного распределения Пуассона – распределения случайной величины  $X$  «число независимых событий, наступивших в течение единицы времени».
3. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения Пуассона  $P(\lambda)$ .
4. В обычный воскресный вечер в бутик модной обуви в течение часа в среднем заходит семь посетителей. Считая, что посетители заходят по одному независимо друг от друга, найдите вероятность того, что в обычный воскресный вечер с 18.00 до 18.30 в бутик зайдет:
  - а) ровно 4 посетителя;    б) не более 5 посетителей.
5. В среднем в течение футбольного матча суммарный счет равен 2,6. Будем считать, что голы забиваются в случайные моменты времени независимо от предыдущих событий в матче. Найдите вероятность того, что:
  - а) в ходе такого матча будет забито ровно 5 голов;
  - б) матч окончится со счетом 2:3 в пользу наших (наши и соперники равной силы).
6. Идет обычный футбольный матч.
  - а) Что более вероятно: четное или нечетное число забитых голов?
  - б) Если эти события не равновероятны, то на сколько одно из них вероятнее другого (считайте, что среднее число голов в матче равно  $\lambda$ )?
7. В автоматическую справочную службу центр авиакомпании в среднем поступает 27 случайных и независимых обращений в минуту. Каждый сеанс информирования длится ровно 3 минуты. Определите, какое наименьшее число линий связи необходимо иметь в службе, чтобы с вероятностью 0,95 не было клиентов, которые не дозвонились?

8. Предположим, что две случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены по законам Пуассона  $P(\lambda)$  и  $P(\mu)$  соответственно. Какое распределение имеет:
- а) случайная величина  $X + Y$ ?
  - б) случайная величина  $X$  при условии  $X + Y = m$ ?