



Занятие 13

Распределение Пуассона

1. Предположим, что время ожидания некоторого события имеет экспоненциальное распределение $Exp(\theta)$ с функцией распределения $F(t) = 1 - e^{-t/\theta}$, где параметр θ – среднее время ожидания.
 - а) Какой смысл имеет величина $\lambda = 1/\theta$?
 - б) Пользуясь приближенным равенством $e^x \approx 1 + x$ при близких к нулю x , найдите приближенное выражение для вероятности p того, в течение интервала времени продолжительностью $1/n$ случится ожидаемое событие.
2. В предположениях задачи 1 составьте выражение для вероятности того, что в течение единицы времени наступит ровно k событий, и найдите предел этой вероятности при $n \rightarrow \infty$. Выпишите пять первых членов полученного распределения Пуассона – распределения случайной величины X «число независимых событий, наступивших в течение единицы времени».
3. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения Пуассона $P(\lambda)$.
4. В обычный воскресный вечер в бутик модной обуви в течение часа в среднем заходит семь посетителей. Считая, что посетители заходят по одному независимо друг от друга, найдите вероятность того, что в обычный воскресный вечер с 18.00 до 18.30 в бутик зайдет:
 - а) ровно 4 посетителя; б) не более 5 посетителей.
5. В среднем в течение футбольного матча суммарный счет равен 2,6. Будем считать, что голы забиваются в случайные моменты времени независимо от предыдущих событий в матче. Найдите вероятность того, что:
 - а) в ходе такого матча будет забито ровно 5 голов;
 - б) матч закончится со счетом 2:3 в пользу наших (наши и соперники равной силы).
6. Идет обычный футбольный матч.
 - а) Что более вероятно: четное или нечетное число забитых голов?
 - б) Если эти события не равновероятны, то на сколько одно из них вероятнее другого (считайте, что среднее число голов в матче равно λ)?
7. В автоматическую справочную службу центр авиакомпании в среднем поступает 27 случайных и независимых обращений в минуту. Каждый сеанс информирования длится ровно 3 минуты. Определите, какое наименьшее число линий связи необходимо иметь в службе, чтобы с вероятностью 0,95 не было клиентов, которые не дозвонились?

8. Предположим, что две случайные величины X и Y распределены по законам Пуассона $P(\lambda)$ и $P(\mu)$ соответственно. Какое распределение имеет:
- а) случайная величина $X + Y$?
 - б) случайная величина X при условии $X + Y = m$?