# 14 октября. Занятие 2

## Проверка устойчивости с помощью монет и игральных костей

При бросании монеты решка и орел имеют равные шансы на выпадение. По этой причине мы думаем, что из 10 брошенных монет *в среднем* 5 должно выпасть орлом вверх. Мы почти не верим в 0 орлов или в 10 орлов, слабо верим в 1 или в 9 орлов и даже в 2 или в 8 орлов, но вполне допускаем 3, 4, 5, 6 или 7 орлов. Каждый из участников кружка бросил монету 100 раз. В результате мы увидели, что у всех участников количество выпавших орлов мало отклонялось от среднего значения, в данном случае – 50. Мы получили, что даже если количество выпавших орлов не равно в точности ожидаемому значению, но с достаточно большой вероятностью близко к нему.

После этого мы провели второй эксперимент: каждый участник кружка 100 раз бросил две игральные кости и записал сумму полученных очков. После подсчёта оказалось, что наиболее часто получались суммы 6, 7 и 8 и очень редко получались суммы 2 и 12. Таким образом, мы смогли предположить, что в эксперименте, где бросаются две игральные кости и вычисляется сумма выпавших очков, наиболее вероятными являются результаты 6, 7, и 8 (а именно 7), а наименее вероятными – 2 и 12. После чего мы подтвердили наши выводы, сделанные на основе опыта, вычислениями.

Утверждения, которые содержатся в этих вопросах, представляют собой важнейший закон статистики и вероятности: *закон больших чисел*. Он проявляется по-разному. Например, так.

При росте числа одинаковых экспериментов, *частота события* испытывает все меньшие и меньшие колебания и *постепенно стабилизируется вблизи вероятности этого события*.

Аналогично:

При росте числа одинаковых экспериментов *среднее арифметическое* наблюдений испытывает все меньшие колебания и постепенно *стабилизируется вблизи математического ожидания* соответствующей случайной величины.

Закон больших чисел дает нам в руки очень мощное оружие:

1. *Зная вероятность события, можно предсказывать его частоту* и даже правдоподобные отклонения.
2. *Зная частоту события, можно оценивать его вероятность*, опять-таки с правдоподобной ошибкой.

В этом занятии участники столкнулись с большим числом незнакомых слов и понятий: частота, отклонение, математическое ожидание и т.п.

Во-первых, есть консультация. Во-вторых, есть учебники. А в-третьих, для того и есть кружок, чтобы постепенно во всем разобраться.

В качестве домашнего задания участникам было предложено провести с помощью модуля coins.exe (странице «Эл.ресурсы/компьютерные модели»: <http://ptlab.mccme.ru/node/187>) серии бросаний монет и, наблюдая получающиеся графики частот, выделить и описать своими словами общие закономерности.

## Простейшие задачи на вероятность с использованием монет и игральных костей

**1.** Правильную монету бросают три раза подряд.

а) Какова вероятность того, что выпадет два орла?

б) Какова вероятность того, что не будет двух орлов подряд?

в) Какова вероятность того, что после каждого орла будет решка и наоборот?

Ответ: а) 3/8; б) 5/8; в) 1/4.

Решение: а) всего возможных элементарных исходов 8: РРР, ОРР, РОР, РРО, ООР, ОРО, РОО, ООО. Из них нам подходят три: ООР, ОРО, РОО.

б) Здесь нам подходят пять исходов: РРР, ОРР, РОР, РРО, ОРО.

в) Только два исхода: ОРО, РОР.

**2.** Правильную монету бросают три раза подряд. Какова вероятность того, что решек будет больше, чем орлов?

Ответ: 1/2.

Решение: Из всех восьми элементарных исходов в четырёх (а именно: РРР, ОРР, РРО, РОР) решек больше, чем орлов.

**3.** Бросают игральную кость. Какова вероятность того. что выпавшее число очков – простое?

Ответ: 1/2.

Решение: из шести возможных элементарных исходов данному событию благоприятствуют три: 2, 3 и 5 очков.

**4.** Игральную кость бросают два раза.

а) Какова вероятность того, что сумма очков будет чётной?

б) Какова вероятность того, что произведение очков будет чётным?

Ответ: а) 1/2; б) 3/4.

Решение: а) В таблице исходов эксперимента выделим клетки, соответствующие тому, что сумма очков – чётное число:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |   |   |

б) В таблице исходов эксперимента выделим клетки, соответствующие тому, что произведение очков – чётное число:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |   |   |

**5.** Игральную кость бросают два раза. Какова вероятность того, что при первом броске будет не меньше очков, чем при втором?

Ответ: 7/12.

Решение: см. рис.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |   |   |

Надежда Сошитова