

ОГЛЯНИСЬ
ВОКРУГ

Иван Высоцкий, Игорь Акулич

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СТАСА

*Часть 1,
в которой Стас сперва
встречается с зайцем, а потом –
с математическим ожиданием,
ещё не зная, как они связаны*



О предыдущих приключениях Стаса читайте
в №№ 9, 10, 11 за 2012 год, №№ 3, 4, 6 за 2013 год.

29 октября. Четверг. 14:20.

Электричка

– А паспорт дома, – заявил заяц и с вызовом поглядел на контролёров.

Пожилая женщина стояла молча и выглядела печально. Эпизод был ей явно не в новинку. Её напарник – мужчина средних лет – не торопясь вёл переговоры.

– Ну, тогда... – протянул контролёр, – тогда вызовем патрульчик из первого вагончика, вас доставят для установления, так сказать, личности. Вы позвоните домой по телефончику, чтоб вам привезли документики и денежки. Дежурный оформит протокольчик. И всё. Каких-нибудь три-четыре часика, и поедете дальше.

– А денег надо много?

– Нет, уважаемый. Всего 50 рублей за билетик. А штраф – через банк, 825 рублей. Тридцать деньков есть у вас. Ещё успеете заработать.

– А звонить некому. Живу один.

– Ай-ай-ай. Тогда придётся самому за документиками. Не одному, конечно, а с сержантом. Без спешечки. У нас ведь, знаете, 48 часиков на то, чтоб установить...

Голос звучал успокаивающе, почти убаюкивал. Интересно, подумал Стас. Контролёры психологию в школе контролёров изучают или по ходу дела осваивают? Но на самом деле смешные уменьшительные – документики, патрульчик – звучали зловеще. Учительница русского языка говорила, что такие слова называются *димиинутивами*.

Безбилетник вдруг сник. Надежда, что его просто высадят из электрички, без следа растворилась в завораживающих димиинутивчиках. Заяц принялся

старательно и артистично хлопать себя по карманам, обшаривать подкладку, и на лице его читалась уверенность, что паспорт вот-вот найдётся. Контролёр еле заметно улыбнулся.

Ребятам, сидящим напротив, было немножко интересно и почему-то сильно стыдно за здорового розовощёкого детину без билета, который совсем не умел предвидеть последствия своих действий и слов.

– Раньше не штрафовали, – авторитетно заявил самый авторитетный ученик класса Славка Поляков. – Просто высаживали.

– Почему? – спросила Наташка Смирнова, третий участник еженедельной вылазки в танцевальную студию. Собственно, Натка была первой: прочла объявление на школьной доске объявлений и тут же увлеклась. Поляков, этот человек-универсал, – тоже. Вернее, не увлёкся. Он любил рассуждать о гармонии собственного всестороннего развития и подошёл к танцам так же серьёзно, как подходил к математике, биологии и вообще ко всему. И совсем другое дело – Стас, который не испытывал восторга от танцев, но не мог допустить даже в мыслях, что Смирнова каждую неделю будет ездить на танцы вдвоём с Поляковым. Стас принёс, можно сказать, жертву. Собственно, жертву принёс не он, а эрдельтерьер Патрик, у которого из-за этих танцев дневная прогулка по четвергам сдвинулась на три часа.

– Раньше полицию нужно было вызывать, – объяснял Славка. – То да сё. Всем было неохота возиться. А теперь контролёр сам протокол пишет, и штраф сам... А парень, наверно, не в курсе...



Контролёры закончили с щекастым зайцем и двинулись дальше. Ребята как по команде полезли в карманы за билетами, но контролёры ушли, не удостоив их взглядом.

– А почему они у нас билеты не проверили? – Наташка любопытна, как первоклашка.

– А вдруг у нас билетов нет? Что им тогда делать? – весело спросил Стас.

– Штрафовать.

– Наташенька, ты несовершеннолетняя. Тебя не оштрафуешь. – Славка, видимо, считал себя совершеннолетним.

– Значит, я могу без билета ездить? – Наташка, казалось, обрадовалась.

– Попробуй. Высадят. Да ещё фамилию и адрес спросят. А потом родителям квитанцию на штраф пришлют.

Стас поёжился даже от перспективы такого позора. Что угодно, но только не сгорать от стыда перед отцом из-за безбилетного проезда. Наташа тоже смолкла, идея сэкономить 25 рублей больше не казалась ей привлекательной.

А безбилетник расстроенным не выглядел. Он сунул бумажки в карман и снова погрузился в свой планшет.

– Ого, да у него айпад-про! – прошипел Славка. – Последняя модель. Стоит как самолёт. Ай да заяц. Айзаяц! Кредит отдаёт, видать. Вот денег и нет...

Наташка вдруг кокетливо обратилась через проход к айзайцу:

– Скажите, пожалуйста, а у вас правда денег нет?

Детина изумлённо посмотрел на неё и сфокусировался на вопросе.

– Чё? А. Не, есть.

– А почему вы билет не покупаете?

– Да так... Вот, штраф заплачу. То на то и выйдет.

– Это, наверно, у вас вроде спорта? – предположил Славка.

– Чё? Ага, спорт, – хмыкнул безбилетник. – Типа того.

Славка что-то пробормотал. Кажется, по-латыни, кажется, про неандертальцев. И потерял интерес. Но у Стаса интерес только появился.

– Подожди, слышишь, он сказал, что «то на то».

– Да не слушай ты чушь всякую.

Но Стаса уже несло:

– Скажите, пожалуйста, – вежливо обратился он к айзайцу, пытаясь выстроить последовательность вопросов чётко, просто и без деепричастий, – вы здесь часто ездите?

– Ну.

– И никогда не платите?

– Не. – Сказано было гордо, задорно.

– А контролёры часто встречаются?

– Не.



– А всё же, сколько раз вы ездили за месяц и сколько раз вам попались контролёры? – Был, конечно, риск умственно перегрузить айзайца (и тогда прощай исследование), но Стас решил рискнуть и совместил два вопроса.

– Пятый раз. С лета.

– Интересно как. А вы каждую неделю ездите?

– Ну. В четверг. И в понедельник. А назавтра обратно.

– С лета?

– Ну. Я как раз с первого июня оформился.

– А если на праздник выпадает?

– У нас на фирме праздников нет.

В какую такую угрюмую фирму оформился айзаяц, было не важно. Стас поблагодарил за бесценную информацию, достал калькулятор и погрузился в расчёты.

Ага. С 1 июня по сегодня, то есть по 29 октября, 22 недели. Это 44 поездки, то есть если туда-обратно, то 88. Нет, 87, потому что обратно он только завтра поедет. Может, ему выгодней купить абонемент? Стас бросил взгляд на информацию рядом с дверью. Нет, абонемент выйдет дороже. Хорошо. Предположим, он платил бы каждый раз по 50 рублей. Вышло бы 4350 рублей. Так, а пять штрафов по 825 рублей плюс по

50 за билет? Получается 4375 рублей. Действительно, «то на то», хотя всё же заяц переплатил 25 рублей. Сказать ему? Нет, лучше не надо. Ведь если завтра он не попадётся, то будет уже в выигрыше на 25 рублей. А если попадётся? Стас задумался: вот ведь, вопрос вроде простой, а простого ответа нет. Сплошная случайность. Папа однажды сказал, что если жизнь ставит перед людьми какой-нибудь простой вопрос, то математики обязательно сделают этот вопрос невообразимо сложным. Интересно, а для этого случая подходящая математика есть?

30 октября. Пятница. 9:25. Школа

Подходящая математика обнаружилась следующим утром. Правда, Стас понял это далеко не сразу. Тема урока «Математическое ожидание» звучала немного неожиданно. Даже ожидание бывает математическим, подумал Стас и стал слушать. Лидия Павловна говорила не торопясь, ритмично отбивая такт указкой и выделяя некоторые слова.

– Предположим, что мы купили лотерейный билет. Известно, что с вероятностью 0,95 выигрыша нет, с вероятностью 0,04 выигрыш составит 50 рублей, а с вероятностью 0,01 выигрыш равен 500 рублям. Как найти

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



математическое ожидание выигрыша? Нужно составить – что? – правильно, таблицу распределения случайной величины «Выигрыш». Обозначим эту случайную величину X . А составить таблицу нам поможет...

Класс пригнулся, как камыш под сильным ветром. Правда, когда ветер дует спереди (а Лидия Павловна была, несомненно, спереди), камыш гнётся назад. А класс гнулся против ветра. Что-то в этом было глубоко алогичное, но гордое, подумал Стас, инстинктивно припадая к парте.

– ...нам поможет Смирнова. Та-ак. В первой строке таблицы мы пишем что? Зна-че-ния случайной величины. А под ними – в нижней строке – что? Правильно: со-ответ-ству-ющие ве-роят-ности. Какие там у нас значения и вероятности? Смир-но-ва, помоги-ка нам, дружок.

Наташка срывающимся от волнения звонким голосом продиктовала значения и вероятности. Павловна тремя стремительными движениями набросала на доске таблицу.

Значения X	0	50	500
Вероятности	0,95	0,04	0,01

Стас проверил в уме, получается ли сумма вероятностей 1. Получилась.

– Теперь, чтобы найти математическое ожидание, которое мы обозначим EX , нужно применить формулу. Какая у нас формула? Каждое значение умножается на его вероятность, и результаты складываются.

На доске возникло равенство, которое класс записал в тетрадях и которое, по мнению Лидии Павловны, давало решение задачи:

$$EX = 0 \cdot 0,95 + 50 \cdot 0,04 + 500 \cdot 0,01 = 2 + 5 = 7.$$

– Таким образом, в расчёте на один лотерейный билет математическое ожидание, то есть среднее значение выигрыша, равно 7 рублям. Вопросы?

Вопрос «Вопросы?» был риторическим. И все это знали. Но Лидия Павловна никогда не теряла надежды, что кто-нибудь забудется и что-нибудь спросит. Нет, тишина. Годы тренировок сделали своё дело.

Вторую задачу и всё дальнейшее Стас пропустил. Он выхватил про «среднее значение». Если до сих пор смысл математического ожидания был неясен, то теперь что-то забрезжило. Среднее! Стас судорожно думал: если бы выигрыш вчера был 0, завтра 50, а послезавтра 500, то я понял бы, что такое среднее – нужно всё сложить и поделить на три. Но это будет $550/3$,



то есть больше 180, а вовсе не семь рублей. В чём же дело? Да и потом – мы же покупаем один билет, а не три... Что ж тут усреднять? Однако ощущение, что написанная сумма имеет отношение к среднему, Стаса не покидала. К моменту звонка он продвинулся несильно, но на уроке истории осенило.

– Ведь что такое вероятности? – продолжал размышлять Стас. – Предположим, мы купили не один билет, а сто. Вероятность ничего не выиграть 0,95. То есть можно считать, что в среднем (опять это среднее!) 95 из 100 билетов пустые. Тогда в среднем 4 билета из 100 дают выигрыш 50 рублей, и в среднем 1 билет из 100 даёт выигрыш 500 рублей. А какой средний выигрыш для 100 билетов? – В тетради по истории Стас изобразил длинную дробную черту и начал складывать выигрыши. Идея писать 95 нулей быстро исчезла. Нули не пишем. Напишем остальное: четыре раза по 50 и один раз 500. А в знаменателе 5:

$$\frac{50 + 50 + 50 + 50 + 500}{5} = \frac{700}{5} = 140.$$

Нет, не то... Но в числителе 700. Это уже что-то. Это в сто раз больше, чем 7. А почему в знаменателе 5? Ведь билетов-то было 100, а не 5. И вместо того, чтобы писать четыре раза по

пятьдесят, можно написать $50 \cdot 4$. Тогда и 95 нулей можно записать коротко: $0 \cdot 95$. Чтоб не запутаться. Получается:

$$\frac{0 \cdot 95 + 50 \cdot 4 + 500 \cdot 1}{100} = \frac{700}{100} = 7.$$

Вот оно, среднее! Стас откинулся на спинку стула, как человек, хорошо сделавший своё дело. Нужно было просто посчитать средний выигрыш на сто билетов. Но почему именно на сто? А если их тысяча? А на самом деле мы покупаем один билет. Но картина уже складывалась. Стас переписал получившееся равенство иначе. Отдельно – значения, отдельно – множители:

$$0 \cdot \frac{95}{100} + 50 \cdot \frac{4}{100} + 500 \cdot \frac{1}{100}.$$

Ещё полминуты Стас смотрел на получившуюся строчку. Дробы в левой части как раз и оказались вероятностями. Стас переписал ещё раз с помощью десятичных дробей:

$$0 \cdot 0,95 + 50 \cdot 0,04 + 500 \cdot 0,01 = 7.$$

Даже залез в портфель за тетрадкой по математике. Сверил с формулой, списанной с доски. Совпадение. Значит, математическое ожидание – это действительно среднее, только вместо количества билетов нужно брать вероятности. И тогда неважно, сколько билетов куплено. Ведь вероятности мы знаем. Хотя... откуда мы их знаем?

Продолжение в следующем номере.

ОГЛЯНИСЬ
ВОКРУГ

Иван Высоцкий, Игорь Акулич

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СТАСА

Часть 2,
в которой Патрик становится
научным сотрудником, а папа
вносит ясность, но не хочет
ходить кругами

Продолжение. Начало в № 3 за 2016 год



31 ОКТЯБРЯ. СУББОТА.

Глухая ночь

Ночью Стаса разбудило чмоканье. Расположившись посреди комнаты, Патрик увлечённо жевал мамин синий тапок, придерживая его передними лапами. Второй тапок ждал своей очереди.

– Тебе не стыдно, глупая собака?

– Ш чшего это мне дожно бычь штыдно? – Дикцию портила полоска дерматина, застрявшая в зубах. Патрик потряс головой, пытаясь избавиться от помехи.

– Сколько же ты тапков уработал? Не напасёшься на тебя...

– Ты, Стас, должен понимать, что существуют непреходящие ценности. – Патрик справился с проблемой и теперь изучал деликатес в поисках лакового местечка. – И потом, что значит «не напасёшься»? Давай прикинем. Не так уж часто древний инстинкт заставляет меня искать добычу. В среднем раз в две недели. И, как правило, хватает одного-единственного тапка, чтоб зов предков в душе моей стих и охотничий азарт уступил место умиротворению. И только в четверти случаев приходится браться за второй. Поверь, мне самому горько сознавать, что я причиняю...

– Игрушек у тебя целая коробка. Грызи не хочу.

– Я не дворняжка! Я – эрдельтерьер! благородный потомок оттерхаундов, между прочим. А вот скажи, ты хоть раз отвёл меня туда, где водятся настоящие otters? Выдры, то есть. – В голосе Патрика появились мечтательные нотки. – Нет, Стас, ты никогда туда

меня не водил! Я только в сладких снах видел живую выдру. Так не тебе укорять меня за эту невинную сублимацию. – Патрик склонил голову набок, помолчал, вздохнул и внезапно точным молниеносным движением скусил с тапка помпон.

– Ха, подумаешь, потомок. Оттерхаунд благородный. Может, с тобой ещё по-английски говорить прикажешь? – Стас подпустил насмешливости, видимо, оттого, что ему стало немножко стыдно.

– This should be most natural as all really decent dogs... Yet I'm afraid of significant reducing our mutual communication ability, poor by itself, down to an absolutely miserable state.¹

– Патрик, ты что, про Дживса начался? – Стас запутался уже в первой половине фразы, но общий смысл воспринял.

– Не отвлекайся, Стас. Вернёмся к нашим выд... тапкам.

– И что с ними?

– Как что? Я, например, не отказался бы знать математическое ожидание потребления тапков в день, в смысле – в ночь, в смысле – в сутки.

– Тут я не силён, – признался Стас. – Тут надо, как его... рас-пре-де-ление.

– А я о чём толкую? Я ж тебе все данные, можно сказать, в зубах принёс.

– Хорошо. Раз в две недели, говоришь... То есть вероятность, что проснётся этот твой зов, равна $\frac{1}{14}$. Значит, $\frac{13}{14}$ – за то, что зов предков спит и все тапки живы.

– Такова моя скромная оценка.

¹Это было бы наиболее естественно, поскольку все действительно достойные собаки... Однако я опасаясь значительного снижения нашей и без того невысокой способности ко взаимной коммуникации до абсолютно ничтожного состояния.



– В четверти случаев два тапка... По-
дожди, нарисуем граф.

Стас вылез из-под одеяла и подошёл
к столу. Включил лампу. Нашёл те-
традку, где ещё были чистые листы.

– Так. Начало S . Влево – 0 тапков
с вероятностью $\frac{13}{14}$. Вправо – вероят-
ность $\frac{1}{14}$. Дальше варианты. С вероят-
ностью $\frac{1}{4}$...

– Условной...

– Не умничай, терьер.

Без тебя знаю. С услов-
ной вероятностью $\frac{1}{4}$ два
тапка, а с вероятностью
 $\frac{3}{4}$ – один.

– Многого не прошу, – собачий
взгляд был скромн и несчастен.

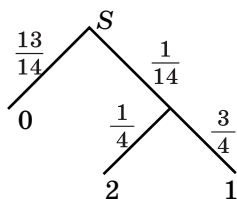
– Теперь можно найти вероятность
каждого варианта.

– Я бы сказал возвышенно – веро-
ятность каждого значения случайной
величины «Суточный объём потребе-
ния единиц домашней обуви». И обо-
значим её...

– Икс.

– Именно это я и имел в виду.

Патрик опирался передними лапами
на стол, впившись взглядом в листок
бумаги, и жарко дышал Стасу в ухо. Он
часто так стоял, с любопытством осма-



тривая стол в поисках, что бы такое ста-
щить и сгрызть. Но сейчас Патрик был
полноценным научным сотрудником.

– Патрик, давай построим таблицу
распределения.

– Только ты строй. Мне карандаш
держат неудобно.

Распределение построилось быстро.
Значения 0, 1 и 2. А вероятности Стас
нашёл умножением вдоль соответствую-
щих цепочек в графе.

Значение	0	1	2
Вероятность	$\frac{13}{14}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{1}{56}$

– Ну что ж, неплохо. Посчитаем ма-
тематическое ожидание.

$$EX = 0 \cdot \frac{13}{14} + 1 \cdot \frac{3}{56} + 2 \cdot \frac{1}{56} = \frac{5}{56} \approx 0,089.$$

– И что, Стас, ты считаешь, это много?

– А ты считаешь, что мало? А в месяц?
 $0,089 \cdot 30 = 2,67$. Это ж... это ж две пары!

– Неправда. Примерно 1,34 пары.
Меньше полутора. А ты что, предпо-
читаешь ходить в старых и рваных?
А если гости? Хоть кто-то должен забо-
титься об имидже...

Из-за двери донесся неясный мамин
голос. Они всё же разбудили родителей.
Стас юркнул в постель, пёс кувыркнулся
туда же, уже в прыжке ударив хвостом
по выключателю настольной лампы.



Утром Стас не сразу поверил, что сон может быть таким реальным. Он даже украдкой спросил Патрика, помнит ли тот, чему равно математическое ожидание. В ответ Патрик звонко гавкал, мотая хвостом. Мама была очень недовольна гибелью синего тапочка. И заявила, что пёс совершенно отбил от рук, что никто его не воспитывает, а все только поощряют безобразия. Карманы оторваны, тапки съедены! Две пары в месяц! Стас уточнил было, что не две, а только 1,34. Вовсе не защищая потомка оттерхаундов, в панике забившегося под кресло, а просто справедливости ради. Но мама точности расчёта не оценила, и под раздачу попали оба.

31 ОКТЯБРЯ. СУББОТА. 20:00.

Дома на кухне

– Пап, мы вчера в школе проходили математическое ожидание.

– Ага. Мгм. Хорошо.

– Я понял, что математическое ожидание – это как бы среднее значение.

– Ага. Угу...

– Я только не пойму: математическое ожидание выигрыша семь рублей, а на самом деле может быть 50, или 500 рублей, или ничего, при чём здесь среднее 7 рублей?

– Ага. Угу...

На помощь пришла мама. Мягко отобрав у мужа книгу, она заботливо поинтересовалась, не хочет ли он ещё котлету. Слово «котлета» заставило мозг Алексея отреагировать, ибо котлеты в исполнении Лены способны пробудить кого угодно даже от летаргического сна. Патрик горестно пискнул и тронул лапой хозяйскую брючину. Уж он-то лучше всех разбирался в котлетах, а достаётся ему меньше всех. Разве это справедливо? Лена положила мужу на тарелку котлету, кусочек которой тут же таинственным образом оказался под столом.

– Лёш, не давай ничего этой гнусной собаке и отвлекись, у Стаса какие-то проблемы.

– Да нет, мам, никаких проблем. Просто непонятно одно.

– Что там тебе непонятно? – папа всё же включился.

Стас ещё раз изложил суть дела. Папа помолчал. То ли думал, то ли прислушивался к чавканью под столом.

– В целом ты прав. Если ты покупаешь один билет, то математическое ожидание выигрыша тебе не важно.

Папина вводная фраза «в целом ты прав» звучала ещё хуже, чем «видишь ли». Обычно после «видишь ли» можно



бесхитростно свихнуться. А вот «в целом ты прав» означает, что простым временным помешательством дело не ограничится.

– А в частности? – спросил Стас упавшим голосом.

– Вот, пожалуй, в частности ты прав даже больше, чем в целом.

– ???

– Представим себе, что ты купил очень много лотерейных билетов. Какие-то выиграли, какие-то оказались без выигрыша. Можно найти среднюю сумму выигрыша на один билет.

– Семь рублей.

Тут уже папа удивился.

– Откуда ж такая точность?

– В нашей задаче математическое ожидание оказалось семь рублей.

– Понятно. На самом деле может быть больше или меньше. Но, скорее всего, отличие будет небольшим, если, повторю, ты купил очень много билетов. Математическое ожидание – это теоретическое среднее, вокруг которого колеблются настоящие средние.

– Ну да, ведь один купит одни билеты, а другой – другие.

– Конечно. Выигрыш – случайная величина, а математическое ожидание – это её идеальное среднее, если можно

так выразиться. То, чего следует ждать. Если ты будешь покупать больше и больше билетов, то средний выигрыш будет постепенно приближаться к этому математическому ожиданию.

– Семь рублей.

– Ну, видимо, так. В условиях вашей задачи.

– Значит, если я куплю 100 билетов, то выиграю 700 рублей?

– Ты, возможно, выиграешь некоторую сумму. Может быть, нет. Но если много покупателей купит по сто билетов, то их средний выигрыш действительно, скорее всего, будет близок к 700 рублям на человека.

– А если я один куплю миллион билетов?

– Тогда твой выигрыш будет, скорее всего, мало отличаться от ожидаемого, то есть от 7 рублей на билет или от 7 000 000 рублей на миллион билетов. В процентном отношении, конечно.

– Но ведь я потрачу гораздо больше. Если один билет стоит, скажем, 20 рублей, то я всё равно окажусь в глубоком проигрыше.

– Именно так. Поэтому я тебя очень прошу, не покупай миллион билетов. По крайней мере, пока ты живёшь с нами и мы с мамой оплачиваем твои покупки.



– Хорошо, пап. Не буду. Получается, что тот, кто устроил лотерею, в среднем выплачивает на один билет 7 рублей, а получает 20 рублей выручки. То есть доход составляет 13 рублей с одного билета.

– Да.

– Хороший бизнес!

– Неплохой, но только учти, что из этих 13 рублей нужно оплатить печать билетов, их распространение, все налоги, комиссии и так далее. Тем не менее, лотереи – весьма доходное дело, пока есть люди, которые хотят рискнуть.

– Но всё же, мне-то зачем знать математическое ожидание, если я покупаю один билет? Я либо выиграл, либо нет.

– Вот именно, Стас, вот именно. Мы вернулись к исходной точке. Я же с самого начала сказал, что ты прав. Если ты имеешь дело с однократным экспериментом, то есть купил один билет, то тебе нет смысла ориентироваться на математическое ожидание выигрыша. И скорее всего ты ничего не выиграешь. А если ты покупаешь много билетов, то ты проиграешь почти наверняка, потому что разница между ценой билета и математическим ожиданием выигрыша гарантирует тебе проигрыш, если билетов много. Закон больших чисел, дружок.

– Но ведь бывает, что люди выигрывают.

– Бывает. Это везение. Если бы его не было, никто бы не играл в лотерею.

– Значит, математическое ожидание выигрыша важно знать тем, кто устраивает лотерею, а не тем, кто играет.

– Ну да. Стас, тебе не кажется, что мы сейчас уже пойдём по второму кругу?

– А ещё где-нибудь математическое ожидание бывает? Кроме лотерей?

– Да где угодно, если только есть случайная величина. Да вот, нам в этом месяце нужно снова страховать машину. Страхование в каком-то смысле тоже лотерея. Покупаешь билет, ну то есть полис. А если случится авария – получаешь выигрыш, то есть компенсацию.

– Ничего себе выигрыш! Пап, а ведь здесь тоже тебе знать математическое ожидание не очень нужно. Ведь ты либо попадёшь в аварию, либо нет. А вот страховая компания продаёт много полисов, значит, ей нужно считать, чтобы...

– Стас, – папа уже чуточку сердился, – ты давно всё понял. Мы ходим по кругу.

Но далеко по кругу они не пошли. В обсуждение грубой прозой жизни ворвался Патрик с поводком в зубах. Против природы не пойдёшь. Гулять!

Продолжение в следующем номере.

ОГЛЯНИСЬ
ВОКРУГ

Иван Высоцкий,
Игорь Акулич

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СТАСА

*Часть 3,
в которой Стас изобретает
антилотерею, Поляков –
частичного зайца, а заяц
оказывается в безраз-
личном равновесии*
Окончание. Начало в №№ 3–4 за 2016 год.



31 ОКТЯБРЯ. СУББОТА. 20:50.

Прогулка

Сторонний наблюдатель мог бы подумать, что Патрик – Самая-Смирная-Собака-на-Свете. Семенит себе рядышком... Но стоит на секунду отвлечься... Патрик усыпил бдительность Стаса и рванул в куст боярышника. Конечно, Стас держал поводок в руке, а руку, как всегда, в кармане. Треск рвущихся ниток. Мама никак не могла понять, почему у Стасовой куртки вечно оторван край кармана, как ни пришивай, а Стас тайну не открывал. Вместе с рукой из кармана вылетел клочок бумаги, и Стас наклонился за ним, одновременно вытаскивая упирающегося пса из невероятно привлекательного куста.

Клочок оказался позавчерашним билетиком на электричку. Школьный за 25 рублей. Дороже лотерейного на 5 рублей, подумал Стас. Интересно, а почему железная дорога не разыгрывает железнодорожные билеты, как лотерейные? Может, тогда все зайцы покупали бы билеты? Стас вдруг подумал, что заяц сам себе устраивает как бы лотерею. Только это получается антилотерея. Заяц покупает «антибилет», то есть не покупает билета вовсе, и иногда получает «антивыигрыш» – то есть платит штраф. Стас вспомнил свои расчёты.

Заяц ездил 87 раз, а попался контролёрам только 5 раз. Билет 50 рублей плюс штраф 825 рублей, всего 875 рублей. Значит, вероятность получить антивыигрыш 875 рублей на один антибилет примерно $\frac{5}{87}$, а вероятность заплатить 0 рублей равна $\frac{82}{87}$. Матема-

тическое ожидание получается 875 умножить на... сколько же?... Калькулятор в мобильнике. Умеете держать одной рукой развеселившуюся собаку, другой – мобильный, да ещё тыкать в кнопки? Стас умел. 50 рублей 29 копеек. Это математическое ожидание расходов на одну поездку для зайца.

Если только вероятность встретить контролёра $\frac{5}{87}$. А если нет? Предположим, что на обратном пути наш заяц не встретит контролёра. Тогда нужно считать, что вероятность $\frac{5}{88}$. А если встретит? Тогда уже $\frac{6}{88}$...

После прогулки папа выслушал рассказ про зайца и непослушную вероятность и коротко кивнул, подтвердив Стасовы худшие опасения: точная вероятность неизвестна, известна только её оценка, которая меняется в зависимости от обстоятельств. Значит, математическое ожидание штрафа тоже можно оценить только приблизительно.

– Значит, я нашёл не математическое ожидание?

– Ты нашёл среднее по имеющимся данным. В данном случае – средний штраф в расчёте на одну поездку. Это – приближённое значение математического ожидания, его оценка, возможно, неплохая.

– А в школьной задаче про лотерею?

– А в задаче про лотерею тебе по условию были известны точные вероятности. Поэтому там и ожидание было посчитано точно.

– Откуда же Лидия Павловна знала точные вероятности?

– Не знаю... Может быть, устроитель лотереи объявил, сколько билетов напечатано и сколько каких выигрышей.



– Ну да... Это же лотерея. А железная дорога не сообщает, как часто будет ходить контролёр.

– Видишь ли... События с известными шансами встречаются только в играх, например в лотереях. А в реальной жизни точные вероятности событий никому не известны.

Тут вдруг телевизор, негромко бормотавший что-то, встрепнулся и оперным голосом пропел: «Что наша жизнь? Игра!!!». Началось «Что? Где? Когда?». Папа и Стас любили эту передачу.

– Пап, а ты когда-нибудь ездил зайцем?

Но папа не расслышал вопроса, вероятно, он был увлечён телеигрой.

2 НОЯБРЯ. ПОНЕДЕЛЬНИК. 14:30. **Дорога из школы**

Пересчитывая школьной сумкой прутья в заборе детского сада, Стас толкал речь, обращённую к Славке Полякову.

– Понимаешь, если заяц всегда покупает билет, то он платит 50 рублей за поездку. А если не покупает, то математическое ожидание расходов 50 рублей 29 копеек. И это тоже на одну поездку. Причём это не точное ожидание, а только оценка. На самом деле это,

скорее всего, близко, но не точно. Понимаешь, это как лотерея наоборот...

Поляков шёл, опустив голову. В голове шли процессы. Стас думал, как же объяснить, чтоб Славка понял и восхитился. Но Славка всегда был понятлив и давно всё понял. И думал уже о другом.

– А что, если заяц будет не полный, а, так сказать, частичный?

– Это как?

– Если он покупает билет не каждый раз, а через раз. Или через два на третий. Или как-то ещё. Например, он может бросать монетку, покупать билет сегодня или нет. Удастся ли уменьшить ожидаемый расход?

– Не знаю.

– Нужно учесть вероятность покупки билета и вероятность появления контролёра.

– Пять восемьдесят седьмых.

– Стас, ты очень умный, но слишком конкретный. В общем виде проще. С переменными. Потом подставляй, что хочешь.

Стас задумался о семантической разнице между «очень умный» и «умный очень». Было непонятно, обижаться на Славку или нет. За размышлениями Стас пропустил содержательную сторону Славкиной речи.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

– Чё?

– Я говорю, пусть вероятность встречи с контролёром равна q , а вероятность того, что пассажир покупает билет, равна p .

– Заяц?

– Пассажир. С вероятностью p он не заяц, а с вероятностью $1-p$ – заяц.

Ребята шли вдоль большого нового дома по дорожке, покрытой непозволительно свежим и ровным асфальтом. Стас, свято верящий в силу графических методов, просто не мог видеть нетронутый асфальт. У него чесались руки.

– Сейчас нарисую.

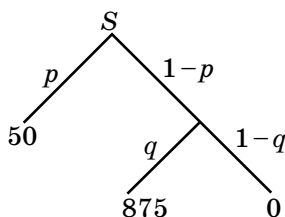
– Стас подобрал на газоне обломок кирпича и приступил.

– Если покупаешь билет (вероятность p), то платишь 50 рублей.

– А если не покупаешь, возможны варианты, – продолжал Славка. – Рисуи. Контролёр попадётся с вероятностью q .

– Условной, – ввернул Стас.

– Да всё равно, условная или безусловная. Ведь контролёр появляется независимо от того, купил ты билет или нет. И если контролёр пришёл, ты платишь 875 рублей за штраф и билет.



– Хорошо. А с вероятностью $1-q$ контролёр не появляется. И тогда ты вообще ничего не платишь.

Получившийся граф Стасу что-то смутно напомнил.

Тем временем Славка взял кирпич и нарисовал на асфальте распределение.

Затраты	0	50	875
Вероятность	$(1-p)(1-q)$	p	$(1-p)q$

Значит, математическое ожидание равно

$$EX = 50p + 875(1-p)q.$$

– Это число нужно сделать как можно меньше. Нужно подобрать такое p .

– Почему p ?

– Потому что мы хотим решить, как часто зайцу лучше покупать билет. С какой вероятностью.

– Скобки надо раскрыть и того... закрыть... – Стас завладел кирпичом.

$$EX = 875q + p(50 - 875q).$$

– Вот, смотри, что получается, – начал уверенно Славка, – смотри вот. Вот, что получается... Получается, что вот...

– И что получается, молодые люди? А что такое X ? – Голос папы Лёши раздался за спиной внезапно, ребята даже вздрогнули. Сегодня понедельник, вспомнил Стас, папа работает дома. Наверно, вышел в магазин.

Славка объяснил:



– Это, дядя Лёш, затраты на одну поездку на электричке.

– Уж не про зайца ли тут вычисления?

Стас кивнул. Папа быстро вошёл в курс дела.

– Похоже, верно. Именно так. А получается вот что. Это выражение нужно сделать как можно меньше, так? Если q маленькое, то $50 - 875q > 0$ и поэтому чем меньше p , тем лучше. Так что билет лучше вообще не покупать никогда. Тогда $p = 0$, и математическое ожидание расходов будет минимально.

А если q большое, то $50 - 875q < 0$. Тогда чем p больше, тем лучше. Самое большое $p = 1$. Значит, в этом случае билет нужно покупать всегда. Вот такая стратегия: либо всегда покупать, либо никогда, в зависимости от того, велика или мала вероятность встретить контролёра.

– А если $50 - 875q = 0$? Тогда что?

– Тогда, братцы, наступает занятная ситуация. Тогда от p ничего не зависит. Хоть ты берёшь билет, хоть нет, хоть через раз – средний расход будет один и тот же. Такую ситуацию физики называют «безразличное равновесие». Кстати, в вашем конкретном случае... я хотел сказать, в конкретном случае того зайца ситуация если и не безраз-

личное равновесие, то весьма близка к нему. И ведь почувствовал заяц равновесие это и выразил его кратко и ёмко: «ТО НА ТО И ВЫЙДЕТ».

Славка на всякий случай решил уточнить:

– Дядь Лёш, это если q равно $\frac{50}{875}$?

– Да, конечно.

– Но ведь вряд ли вероятность контролёра в точности равна...

– Именно, именно, друзья мои. Я об этом и говорю. Вряд ли. В жизни вероятности событий редко известны точно. А на самом деле – никогда. Но Стас мне говорил, что частота появления контролёра около $\frac{5}{87}$ или $\frac{5}{88}$, а это очень близко к $\frac{50}{875}$. Поэтому можно считать, что ваш заяц как раз и находится в ситуации, близкой к равновесию.

– А когда вероятности можно точно найти? – спросил Славка.

Ну тут Стас уже не дал отцу шанса. Ведь он уже знал ответ:

– В жизни нельзя. А можно только в лотереях всяких. В играх, короче.

Из приоткрытого окна первого этажа нового дома вдруг завопил громкий и резкий тенор: «Что наша жизнь? – Игра!!». Первый канал начал повтор субботнего выпуска «Что? Где? Когда?».