



СТАС И УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Иван Высоцкий

ПОНЕДЕЛЬНИК

– Стас, иди немедленно, – третий или четвёртый раз позвала мама с кухни. На сей раз в голосе слышались нотки, которые Стас называл про себя предельными. Значит, действительно немедленно. Отрываясь от клавиатуры и на шаривая под столом левый тапочек, он успел ещё пару раз нажать гашетку пулемёта, но обе очереди ушли в небо, не причинив никому вреда. Палец потянулся к кнопке **Р**, но прежде, чем экран застыл, Стас понял – всё равно конец: незамеченная ракета так близко, что увернуться невозможно.

«Ну в чём дело? который раз зову! ужин остыл! я для кого тут готовлю?» – шествовали в мозгу у Стаса знакомые фразы, пока сам он шествовал на кухню одним правым тапочком и одним левым носком. Левый тапочек неторопливо жевал эрдельтерьер Патрик в гостиной на диване. Увидев Стаса, пёс немедленно перевернулся кверху лапами, подставив лохматое пузо. Стас машинально почесал собаку и забрал тапочек.

– ...кого тут готовлю? который раз зову! – как раз закончила мама. Почему мама сегодня переставила слова? Не угадал.

Неудачи шли косяком. Говорят, жизнь полосата, значит, чёрная полоса должна закончиться. Перед ужином Стас семь раз бросал свой штурмовик на береговые укрепления противника, и каждый раз его сбивали километров за сто до цели. Папа говорит, что шансы исчисляются вероятностью. Ничего сложного нет. Событие, у которого вероятность $1/6$, случается в среднем один раз из шести попыток. Что непонятного?

Стас вспомнил статистику игры – до сегодняшнего дня у него было 39% успешных вылетов. Значит, вероятность успеха примерно равна 0,39. Пусть для простоты 0,4. Значит, четыре из десяти, то есть два из каждых пяти полётов в среднем должны быть удачными. Но ведь сегодня он слетал уже семь раз впустую. Куда же делась вероятность? Неудачи накапливаются, может, скоро повезёт? Ясно, чем больше неудач случилось, тем ближе победа – ведь два раза из пяти должны быть удачными. Стас уже чувствовал, что этот последний полёт наверняка будет удачным. А пришлось терпеть полное поражение. И от кого – ладно бы от вражеских ракет... Нет, – от мамы. Ужинать, видите ли, нужно немедленно. Папа говорит, что всё лучше делать не спеша. А ужинать нужно почему-то немедленно. А может, после ужина удастся ещё разок...

– Не спеши, подавишься, – насмешливо протянула мама, наблюдая за ускоряющимися взмахами вилки.

– Мам, помнишь, папа сказал, что невезение не может быть бесконечным, и если вероятность удачи 0,4, то в среднем два раза из пяти попыток будет везти.

– Помню, – подтвердила мама. Она знала, что раз Стас утверждает, что папа так сказал, значит, папа сказал именно так. Другое дело – что именно он имел в виду.

– Ну и что? – осторожно спросила мама, наученная горьким опытом общения с мужем Алексеем и с подрастающим сыном, в котором с гордостью и некоторой тревогой видела всё больше и больше черт, свойственных Алёше.

– Понимаешь, мам, у меня два вылета из пяти в среднем должны быть удачными.



А меня уже семь раз подряд сбили. А должна быть статистическая устойчивость. Значит, чем больше неудач, тем ближе удача?

– Наверно. Ведь должно же повезти.

– Но откуда игра знает, сколько неудач уже было? Ведь когда я лечу, игра не может учитывать мои предыдущие полёты.

– Не знаю, может быть, компьютер всё запоминает и как-то подстраивается?..

– Но ведь это нечестно! В жизни ведь не так – там ведь нет компьютера, который запоминает, что было.

Мама Лена не стала объяснять Стасу насчёт того, насколько честно или нечестно устроена жизнь. Кроме того, она тоже задумалась над парадоксом. Два раза из пяти в среднем должно везти. Значит, чем дольше полоса неудач, тем ближе должен быть успех. Это с одной стороны. А с другой стороны – с чего это успех должен быть ближе? Кто ведёт счёт удач и бед? Это прямо из какой-то старой песни.

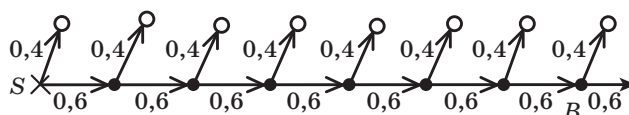
– Сейчас придёт отец. Он всё объяснит.

Папа Лёша мог объяснить всё на свете или почти всё. Он не мог объяснить только, куда он каждый раз суёт мобильник, приходя с работы. Телефон всегда искала Лена, а Лёша искал ответы на сложные вопросы.

– Давай нарисуем твою ситуацию на графе. – Папа любил всё рисовать. – Вот начало S .

– Почему S ?

– Потому что начало – это старт. Чёрные точки – неудачи, а белые – удачи. Сначала вероятность успеха у тебя $0,4$.



– Значит, вероятность неудачи $0,6$.

– Если тебя сбили в первый раз, ты попадаешь уже в новые условия, игра для тебя как бы начинается заново и поэтому у тебя вероятность удаchi во второй попытке снова $0,4$, а неудачи – снова $0,6$.

– Я понимаю, пап, но если вначале меня много-много раз сбили, это должно повышать шансы удаchi, так ведь?

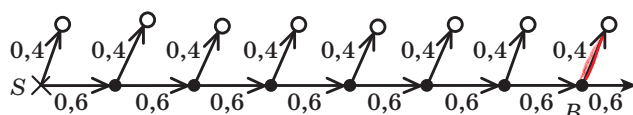
– Как же можно неудачами повысить шансы удаchi? Вот цепочка твоей сегодняшней игры, – папа показал на череду из семи неудач, которые сегодня преследовали Стаса. – От S до B . Ты сейчас в точке B . Можно сказать, что событие B уже произошло. Какова теперь вероятность удачного вылета?

Стас посмотрел на рисунок, который папа назвал «граф». От злополучной точки B вверх-вправо к белой точке «удача» вела линия, возле которой стояла всё та же вероятность $0,4$. То есть вероятность удаchi ни сколько не выросла от того, что ей предшествовало множество неудачных полётов.

– Четыре десятых, – мрачно произнёс сын.



– Именно. – Папа обвёл эту линию жирным красным карандашом.



– Ничего для тебя не поменялось. Игра не имеет памяти. Скажи, у тебя возникло ощущение, что победа вот-вот придёт, потому что случилось много неудач подряд?

– Да.

– Это твой азарт. Ты впал в ошибку игрока.

– Какую ошибку?

– Так называют ошибочное предчувствие близости удачи после многих неудач. Множество людей проигрались в пух и прах, потому что им казалось, что они вот-вот отыграются, что удача близка после многих проигрышей подряд.

– Ты же сам говорил про статистическую устойчивость – в среднем должно быть два удачных полёта из пяти. А получается, что нет.

– Одно другому не мешает. Скажи мне, часто ли тебе не везёт, как сегодня.

– Нет, первый раз такое...

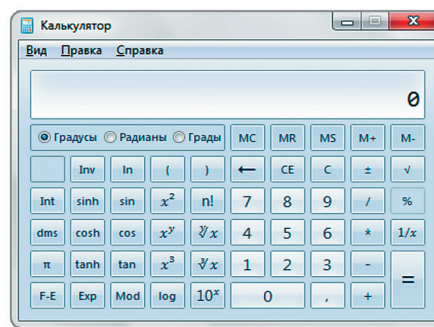
– Неудивительно. Давай посчитаем вероятность того, что ты потерпел неудачу семь раз подряд: $0,6^7$. Ну-ка, сколько это будет?

Стас, не ожидавший такой подлости от родного отца, даже опешил.

– Это как посчитать?

– Дружок, перед тобой целый компьютер. Или ты на нём только играть можешь?

После недолгих поисков в недрах главного меню был найден калькулятор. Алексей некоторое время смотрел, как сын многократно умножает на 0,6. Быстро выяснилось, что никто не помнит, сколько раз ещё нужно умножать. Алексей, вздохнув, щёлкнул мышкой по кнопке «Вид» и выбрал режим «Инженерный». Калькулятор волшебным образом преобразился.



– Нажимай кнопки (0) (,) (6) (x^y) (7) (=). Это и будет $0,6^7$.

Стас послушался, осознавая, что постепенно понимает смысл своих действий.

– Вот, получи: примерно 0,028. То есть такая неприятность, как сегодня, случается в среднем 28 раз из тысячи, – примерно один раз на 36 попыток. Значит, если играть каждый день по семь раз, то все семь полётов будут неудачными в среднем реже, чем раз в месяц.



Внезапно на лице отца возникло тревожное выражение.

– Папа, я совсем немножко играю! – убеждённо заявил Стас, чувствуя, что разговор подходит к опасной черте.

– Я надеюсь, – задумчиво произнёс папа.

– Значит, такое невезение бывает редко, а может быть, что повезёт несколько раз подряд и тогда всё уравнивается?

– Стас отчаянно пытался увести беседу в безопасное русло.

– Именно так. Но при этом условная вероятность следующего успешного полёта у тебя не зависит от того, сколько удач и неудач уже случилось.

ВТОРНИК

На математике Лидия Павловна рассказывала про вероятность. Стас слушал вполуха, считая, что про это он знает уже всё, особенно после вчерашнего разговора с папой. Немного беспокоила вчерашняя последняя фраза. Про условную вероятность в учебнике ничего не было. Задавать вопрос Павловне он не стал – знал, что нарушать чёткий план урока чревато последствиями, а подходить после урока бессмысленно – около неё всегда толпятся менее любопытные одноклассники, у которых есть высшая цель – исправить двойку.

Впрочем, нельзя сказать, что урок прошёл бесследно. В памяти осела фраза «случайные события рассматриваются только в условиях случайного эксперимента», ко-

торую Павловна велела записать в тетрадь и врасстяжечку повторила несколько раз, добавив: «Зарубите себе на носу».

Странно, подумал Стас. Павловна всем говорит «ты». Значит, если бы она обращалась к кому-нибудь одному, она бы сказала «Заруби себе на носу». Но она говорит «Зарубите». Значит, – ко всем. Но тогда почему нос только один?

Вечером Стас прилёг на диван с детективчиком. «Убийство на улице Морг» было захватывающим чтением, но когда раздался звук ключа, Стас сорвался и побежал встречать папу, правда, не стал от радости прыгивать на него и тереть зубами рукав куртки, как делал Патрик.

Дождавшись, пока папа поужинает, Стас приступил к допросу.

– Пап, почему ты вчера сказал, что вероятность условная?

Вопрос оказался неожиданным. Прокрутив в голове несколько десятков вариантов, папа всё же сообразил, о чём речь. Вспомнился вчерашний разбор полётов, история с азартом и ошибкой игрока.

– Потому что ты ищешь вероятность удачи при условии, что уже произошло семь неудач, то есть при условии, что событие B уже случилось.

– А если бы оно не случилось? Тогда что?

– Тогда ты был бы в исходных условиях эксперимента, и у тебя была бы безусловная вероятность.



– Подожди, не понял. Ты вчера говорил, что вероятность успеха в каждом полёте одна и та же. И вообще, разве может у события быть две вероятности? – вопрос был задан довольно издевательским тоном, поскольку в школе Стас твёрдо усвоил, что случайное событие в случайном эксперименте имеет только одну вероятность.

– Не путай вероятность успеха в одном полёте и вероятность цепочки последовательных испытаний во всей серии попыток.

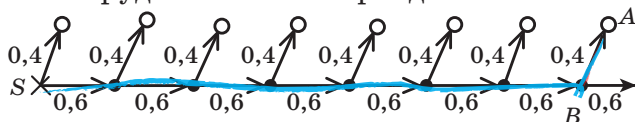
– Ты сам меня запутал. Какая ещё цепочка?

Папа порылся в бумагах на столе и нашёл вчерашний граф.

– Давай рассмотрим событие

$A = \{\text{семь неудач подряд, затем удача}\}$.

На графе его можно изобразить вот такой цепочкой. Сколько здесь рёбер? – Сейчас папа орудовал синим карандашом.



– Восемь. – Стас подумал, что стал лучше понимать смысл выражения «посчитать рёбра». Он представил себе, как д'Артаньян толстым синим карандашом считает рёбра графу де Ла Фер и подавился смешком.

– Вот оно, событие A . Предположим, что семь неудач уже случилось. – Синий карандаш упёрся в точку B .

– Какая теперь вероятность у события A ?

– 0,4. Мы вчера считали.

– Именно. Но это при условии, что случилось событие B . А если нет? Тогда вероятность события A нужно считать с самого начала эксперимента, то есть нужно найти вероятность всей цепочки SBA . Это будет безусловная вероятность, поскольку никаких условий нет.

– Это я умею. – Стас произвёл нужные действия на калькуляторе: $0,6^7 \cdot 0,4 \approx 0,011$. – Подожди, как же так? Получается, что у события A две вероятности?

– На самом деле больше. Одна безусловная и множество условных вероятностей, которые будут разными в зависимости от того, какие условия мы принимаем как уже свершившиеся. Никакой путаницы здесь нет: принимая разные условия, мы получаем разные эксперименты. В каждом эксперименте у события A своя вероятность. А что же ты хотел? Никакого обмана.

В этот момент в голове у Стаса что-то щёлкнуло, и отчётливый голос Лидии Павловны произнёс: «случайные события рассматриваются только в условиях случайного эксперимента». В ходе эксперимента случаются разные события, условия меняются и каждый раз получается новый эксперимент. Значит, меняются вероятности последующих возможных событий. Собственно, вероятности, подписанные около рёбер графа, и есть условные вероятности.

Продолжение следует

Художник: Виктор Пяткин



СРЕДА

Стас спешил из школы домой, чтобы снова уткнуться в томик Эдгара По. «Убийство на улице Морг» он прочёл и сейчас читал «Мари Роже». Там опять действовал сыщик Дюпен, который, конечно, не дотягивал до Холмса и Пуаро, но уж точно давал сто очков вперёд всем операм из сериалов.

Стас, конечно, любил посмотреть кино или мультики. Однажды он смотрел фильм «Властелин Колец». Классный фильм, но Стаса удивило, что хоббиты, орки и вообще всё не так, как должно быть, хотя вроде бы всё правильно. Потом он понял, что это потому, что он читал книгу раньше и сам нафантазировал себе всех героев и персонажей. А кино даёт уже готовую картинку, здесь ничего другого не представишь. Фантазировать и представлять Стасу нравилось. Неинтересно и обидно читать книгу, если уже видел фильм – перед глазами готовые картинки из фильма, никакого удовольствия. Поэтому к телевизору Стас относился спокойно, а интересная книжка увлекала его даже больше, чем игра. От компьютера ещё можно оторваться, а оторваться от книги на самом интересном месте невозможно. А что делать, если в книге все места самые интересные? Начал читать, и пока не прочитаешь, не встанешь. Вчера от «Мари Роже» он оторвался. И даже не потому, что мама сказала – «В постель!» Просто в книжке кончились дела и начались рассуждения. Стас решил, что

послушно пойдёт спать, а с рассуждениями сразится завтра.

Завтра стало сегодня, и, пообедав и погуляв с Патриком, Стас взялся за По, искренне считая, что домашнее задание – следующее в списке важных дел. Дюпен многословно рассуждал о сравнении двух убийств. Фразы красиво нанизывались друг на друга, и Стас напряг весь свой интеллект, чтобы уловить основную мысль.

«...следует помнить, что даже самое крохотное различие в фактах того и другого случая могло бы привести к колоссальному просчёту, потому что тут обе цепи событий начали бы расходиться. ...К тому же не следует забывать, что та самая теория вероятностей, на которую я ссылался, налагает запрет на всякую мысль о продолжении параллелизма – налагает с решительностью, находящейся в прямой зависимости от длительности и точности уже установленного параллелизма. Это одна из тех аномалий, которые, хотя и чаруют умы, далекие от математики, тем не менее, полностью постижимы только для математиков.

Например, обычного читателя почти невозможно убедить, что при игре в кости двукратное выпадение шестёрки делает почти невероятным выпадение её в третий раз и даёт все основания поставить против этого любую сумму. Заурядный интеллект не может этого воспринять, он не может усмотреть, каким образом два броска,



принадлежащие уже прошлому, могут повлиять на бросок, существующий ещё пока только в будущем. Возможность выпадения шестёрки кажется точно такой же, как и в любом случае – то есть зависящей только от того, как именно будет брошена кость. И это представляется настолько очевидным, что всякое возражение обычно встречается насмешливой улыбкой, а отнюдь не выслушивается с почтительным вниманием. Суть скрытой тут ошибки – грубейшей ошибки – я не могу объяснить в пределах места, предоставленного мне здесь, а людям, искушённым в философии, никакого объяснения и не требуется».

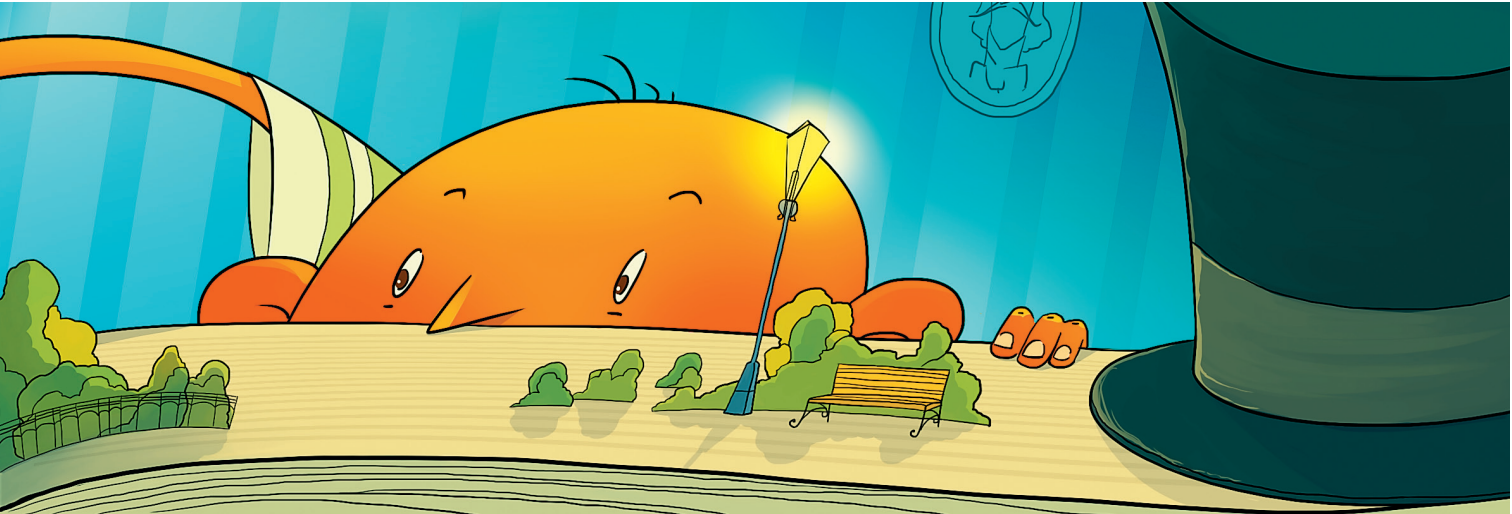
Какое счастье, что здесь рассказ закончился. Мозг кипел. Стас прочёл это место пять раз, пока сумбур не начал распадаться на отдельные осмысленные куски. Наверно, Стас не стал бы подробно вчитываться в эту галиматью, если бы речь не пошла про цепи событий, вероятности и бросание игральной кости. Про расходящиеся цепи – ладно, это художественный образ. Но вот с трёхкратным выпадением шестёрки нужно разобраться.

Ещё пару раз перечитав последний абзац, Стас понял, в чём там дело.

Игрок три раза бросает игральную кость. Два раза уже выпала шестёрка. Дюпен утверждает, что третья шестёрка совершенно невероятна, поскольку три шестёрки подряд выбросить почти невозможно. То есть Дюпен считает, что две выпавшие шестёрки делают почти невозможной третью шестёрку. Какая-то ерунда. Стас не понимал, почему. Правда, Дюпен честно предупредил, что заурядный интеллект не в состоянии этого понять.

– Ну ладно, у меня заурядный интеллект, и я не могу понять, как две выпавшие шестёрки уменьшают вероятность третьей, – проворчал Стас вслух. – Но всё же, как это получается? Когда играешь в штурмовик, прежними неудачами невозможно приблизить удачу. Значит, и здесь должно быть так же – прежними шестёрками нельзя отдалить будущую. Что бы сказал папа? Ну ясно, он бы сказал, мол, давай нарисуем граф.

Странно, что оба тапочка на месте. Прошлёпав от дивана к столу, Стас разыскал тетрадь, в середине которой ещё оставались чистые листы, и вырвал парочку. Затем направился в папину комнату и взял красный карандаш. Подумав, прихватил и синий. Теперь Стас был во всеоружии. Возвращаясь в свою



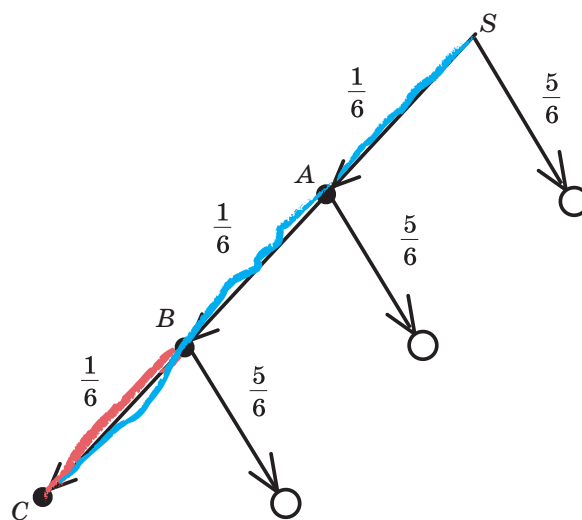
комнату, он подошёл к Патрику, лежавшему на боку в прихожей. Пёс не шевельнулся.

– Пузо чесать будем? – бодрым тоном спросил Стас. Патрик вывернул шею, взглянул на хозяина и снова опустил рыжую башку на пол. Заболел, что ли? Вялость пса обеспокоила Стаса. Надо позвонить маме, подумал Стас, садясь на стул.

Но уже в следующий момент он был поглощён другим. Вот начало. Обозначим его S . Дальше мы бросаем кубик. Может выпасть шестёрка – проведём вниз-влево ребро и поставим точку A . Сначала Стас хотел нарисовать отдельное ребро для каждого возможного исхода, но потом решил, что это не обязательно. Либо шестёрка, либо нет. Вероятность шестёрки $1/6$, значит, вероятность другого исхода $5/6$.

Дальше – второй бросок. Из точки A снова выходит два ребра. Либо шестёрка с вероятностью $1/6$ (Стас поставил здесь точку B), либо что-то ещё с вероятностью $5/6$.

Наконец, из точки B после третьего броска также получаем две возможности – шестёрку с вероятностью $1/6$ (точка C), либо не шестёрку с вероятностью $5/6$.



Значит, вероятность трёх шестёрок – это вероятность цепочки $SABC$. Стас обвёл цепочку синим карандашом. Эта вероятность равна $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \approx 0,0046$.

Да уж, выбросить подряд три шестёрки непросто. Здесь Дюпен и Эдгар По, пожалуй, правы. Но это безусловная вероятность. А если две шестёрки уже выпало (событие B) и я об этом знаю, то эксперимент для меня изменился. И вероятность трёх шестёрок подряд тоже изменилась, ведь теперь нужна только одна шестёрка, то есть только один переход из B в C . Стас дополнительно обвёл этот переход красным карандашом. Сейчас вероятность



равна $1/6$. Так что я не стал бы на месте Дюпена «ставить против этого любую сумму». Интересно, как Дюпен сумел бы объяснить «суть скрытой ошибки», если бы у него было достаточно места?

Теперь Стас не сомневался в том, что Эдгар По сам впал в ошибку игрока, не желая поверить в три шестёрки даже тогда, когда две уже выпало. Только это получается ошибка игрока наоборот, подумал Стас. И надо же было написать такую чушь. Интересно, что скажет папа?

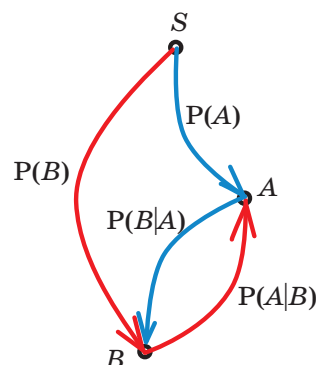
СРЕДА. ВЕЧЕР

Папа ничего не сказал. Он рано пришёл с работы, покидал вещи в чемодан, наскоро проглотил два бутерброда и отправился в аэропорт. Какая-то внезапная командировка.

Стас, конечно, расстроился, что не успел поделиться с папой Лёшей разоблачением ошибки Эдгара По. Желание делать домашнюю работу совсем пропало (будто раньше было). Стас включил компьютер, но играть тоже не хотелось. Стас набрал в поисковой строке «условная вероятность». Честно говоря, он не ожидал от интернета ничего серьёзного на этот счет и был поражён тем, что поисковик

через секунду выдал четыре миллиона ссылок. Правда, разобраться в находках было непросто. Единственное, что бросалось в глаза на первой открывшейся странице, – специальное обозначение условной вероятности. Ещё бы: иначе как её отличить от безусловной? – подумал Стас. Условная вероятность события A при условии B обозначалась $P(A|B)$.

Ага, подумал Стас. Порисуем. Значит, у нас есть событие A . Изобразим его точкой. Другой точкой изобразим событие B . Если из начала эксперимента провести стрелку в A , то эту стрелку нужно подписать $P(A)$. Но тогда стрелку из A в B нужно подписать $P(B|A)$. Стоп. А где же вероятность $P(A|B)$? Стас нарисовал ещё две стрелки и подписал их $P(B)$ и $P(A|B)$. Чтобы не запутаться, он изобразил их синим карандашом.





Граф получился странный, и Стас подумал, что он нарисовал какую-то ерунду. При этом его не покидало ощущение, что все эти вероятности связаны между собой, и он не улавливает связь из-за неудачного рисунка.

Что сказал бы папа? Но папа внутри Стаса молчал. Стас задумался о красной и синей цепочках. Что нам даёт красная цепочка? Почему нам? Кому это – нам? Мне и Патрику? Почему-то учебник математики всегда говорит во множественном числе. «Проведём прямую» или «Применим теорему». Ну да, у учебника несколько авторов, и они всё делают вместе. А я один. Патрик не в счёт. Значит, что мне даёт красная цепочка? Она мне даёт сначала A , а потом B . То есть A и B вместе. Рядом с графом немедленно появился рисунок, изображавший A и B , сидящих рядышком на кирпичной трубе.

А синяя цепочка? Она даёт... она даёт... то же самое! Просто порядок другой. Теперь B и A , но какая разница?

Стас рассматривал рисунок, который нравился ему всё больше. Получается, что обе цепочки дают одно и то же событие. Значит, если перемножить вероятности вдоль цепочек, то должно получиться равенство

$$P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B).$$

Стас написал это равенство под рисунком, а потом переписал его ещё несколько раз, добиваясь безупречного вида букв. Красиво. Папа всегда говорил, что математика красивая. Некрасивая формула редко бывает верной. Ну вот, папа внутри проснулся и заговорил.

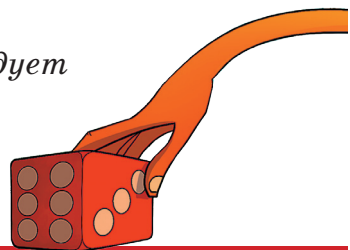
– А я открыл открытие! А я открыл открытие! – Стас подпрыгивал на стуле от возбуждения.

Ещё один щелчок мышкой, и Стас увидел, что открытие он, конечно, открыл, но вряд ли является первооткрывателем. Найденная формула украшала почти все найденные интернет-страницы. Только написана она была наоборот:

$$P(B|A) \cdot P(A) = P(A|B) \cdot P(B).$$

Стас подумал, что жаль, конечно, что это придумали до него. С другой стороны, он дошёл до этой формулы своим умом и всего за полчаса. Вот так-то, дорогой Эдгар По. Ничего, нормальный у меня интеллект, не хуже, чем у некоторых.

Окончание следует



Иван Высоцкий

НОЧЬ НА ЧЕТВЕРГ

Хорошее настроение продержалось недолго. В отличие от папы, мама Лена пришла с работы позже обычного и никуда больше не собиралась. Но получилось всё иначе. Пёс по-прежнему был вялый, гулять не хотел, отказался от еды, даже от куска сыра. Это было по-настоящему тревожно. Мама побежала вниз греть машину, Стас на руках вынес Патрика на улицу и запихнул на заднее сиденье.

Была уже полночь, когда их принял врач – высокий молодой мужчина в хирургическом костюме салатного цвета. Он долго щупал и осматривал апатичного пса, расспрашивал про симптомы, а потом сказал, что нужно сдать анализ крови на пироплазмоз – это худшее, что может быть. Услышав про пироплазмоз, мама совсем расстроилась и даже заплакала. Стас не знал, что такое пироплазмоз, но по маминской реакции понял, что ничего хорошего. Ещё хуже, что доктор принялся утешать:

– Ну, не расстраивайтесь раньше времени. Подозрение на пироплазмоз в конечном итоге подтверждается только у 5% собак. Скорее всего, ничего страшного у вашего Патрика нет, но анализ лучше сдать.

Стас считался воспитанным мальчиком, то есть знал, что не следует лезть в разговор взрослых, но в данном случае от мамы было мало проку. И он влез:

– То есть анализ подтверждает этот... пиро...плазмоз в среднем у одной собаки из двадцати?

– Не совсем так, – доктор посмотрел на Стаса. – Анализ бывает положительным примерно в 6% случаев.

– Положительным? – растерянно пере-

спросил Стас. До сих пор он думал, что положительными бывают только числа и ещё хорошие примеры.

– Если анализ показывает наличие возбудителя заболевания, то такой анализ называется положительным, – терпеливо объяснил врач.

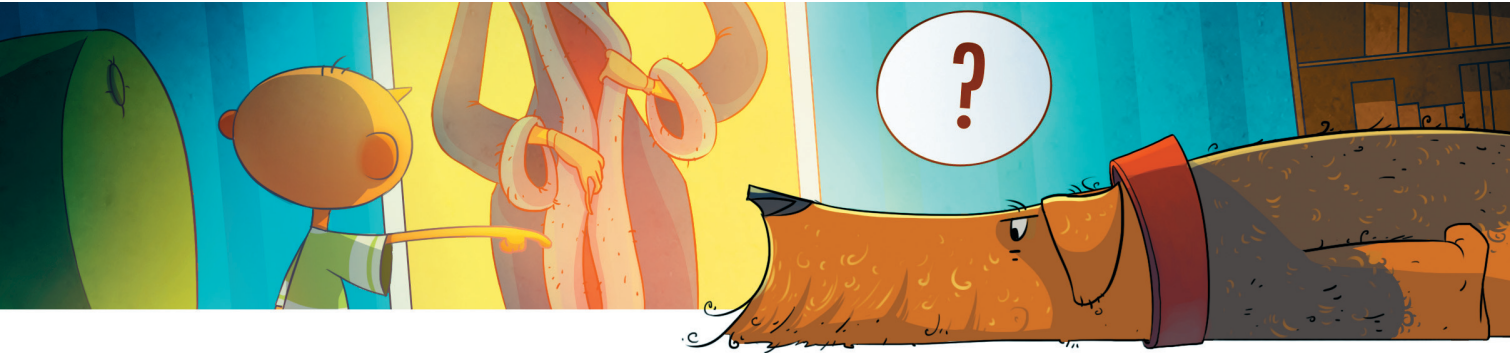
– А откуда лишний процент? – Стас на секунду задумался. – Может ли быть, что анализ ошибается?

– Теоретически да, но вообще-то анализ очень точный – если собака здорова, то анализ показывает это в 97% случаев.

– Значит, условная вероятность положительного анализа при отсутствии пироплазмоза приблизительно три сотых, – одними губами прошептал Стас, но врач, видимо, расслышал, потому что посмотрел на Стаса очень уважительно.

Лаборатория была тут же, в подвальном этаже. Приём вела девушка, одетая в такой же докторский костюм, только розовый. На груди висел бейджик с именем Мария. Патрик держался героически. Только когда Мария брала капельку крови из уха, сунул морду Стасу под мышку, чтобы ничего не видеть, и, значит, не бояться.

Разумеется, Марию Стас тоже подробно расспросил про проценты положительных анализов, подтверждённые диагнозы и всё прочее. Она сказала то же самое: в итоге подтверждается 5% диагнозов, отрицательных анализов около 94%, кроме того, вероятность ошибки мала – ошибочных положительных анализов (она сказала иначе: «ложноположительных», но Стас понял) примерно 3%.



– Будет готово через час. Подождите в приёмной. – Мария распечатала квитанцию, приняла оплату и позвала следующего пациента.

В приёмной ждать не стали. На улице выпал первый снег. Пошли туда. Забрались в машину. Мама сидела молча, иногда включала двигатель, чтобы не замёрзнуть, и время от времени протягивала руку и поглаживала Патрика, неподвижно лежавшего сзади. Стас непрерывно бормотал какие-то цифры, что-то умножал, делил. Потом не выдержал.

– Мам, у тебя калькулятор есть?

– Зачем тебе?

– Нужен. Дай, пожалуйста.

Калькулятор был в телефоне. Стас быстро что-то посчитал. Тряхнул головой, отгоняя наваждение, и снова начал считать. Потом сбросил всё и начал заново. Результат не менялся. Некоторое время Стас сидел в задумчивости, вдруг лицо его прояснилось.

– Конечно, так и должно быть...

– Господи, только бы не пироплазмоз, – выдохнула мама. – Пора. Сходи узнай. Мы подождём в машине.

Стас отправился в лабораторию. Мария без улыбки протянула ему лист с заключением. Жирно выделялось слово «положительный».

– Лечение нужно начинать сейчас же – заявил врач. – Дорога каждая минута. Эрдельтерьеры – народец крепкий, у вас уже не щенок, справится. Правда, возможны серьёзные побочные эффекты, но иначе...

– Да, да, конечно, – мама была согласна на всё. Она смотрела не на доктора,

а в окно – там в машине на заднем сидении лежал скучный и тихий Патрик.

Стас с трудом дождался, когда они вышли на улицу.

– Мама, стой, не надо!

– Ты что, с ума сошёл? Лекарство нужно срочно!

– Оно опасное. А если дело в другом?

– Ты же сам слышал – ошибок только три процента.

– Да нет же. Всё не так! Зачем нам вероятность ложноположительного анализа? Это совсем не важно. Важно другое – вероятность того, что пироплазмоза нет при условии, что анализ положителен!

– Да какая разница?

– Большая. Вот смотри. – Стас писал пальцем на свежем снегу. – Понимаешь, вот событие $A = \{\text{пироплазмоза нет}\}$. Его вероятность $P(A) = 0,95$. Вот событие $B = \{\text{анализ положителен}\}$. Его вероятность $P(B) = 0,06$. Вот условная вероятность того, что анализ положителен, если пироплазмоза нет: $P(B|A) = 0,03$. Но это не важно. Нам нужно знать $P(A|B)$, то есть вероятность того, что пироплазмоза нет при условии, что анализ положительный. А этого нам как раз никто не говорит.

– Я запуталась, – голос мамы звучал беспомощно. – Это ведь одно и то же.

– Не то же! Смотри.

Стас выписал на снегу равенство, которое открыл этим вечером:

$$P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

– Подставляем числа:

$$P(A|B) \times 0,06 = 0,03 \times 0,95,$$

значит, $P(A|B) = 0,475$, то есть почти 48%. Я на калькуляторе три раза считал. Всё



верно – положительный анализ не даёт гарантии, он только поднимает вероятность заболевания с 0,05 до 0,52. Сама подумай – 6% анализов положительны, а ложноположительных $3\% \times 0,95$, то есть немного меньше 3%. Значит, почти у половины собак с положительным анализом никакого пироплазмоза нет.

– И что же нам делать?

– Ещё раз сдать анализ и лучше в другом месте. Чтобы независимо.

Мама думала ровно секунду. Затемхватила из сумочки телефон. Лишь бы самолёт уже сел, лишь бы Алексей включил мобильник, лишь бы не кончились деньги. Лена повторила в трубку всё то, что сказал Стас. И ни разу не ошиблась. Из глубин памяти всплыли, казалось, прочно забытые знания. Не было ни паники, ни растерянности. Она быстро и чётко излагала Стасову мысль. Потом несколько секунд слушала и, наконец, опустила телефон.

– Ну что!? Что папа?.. – Стас подпрыгивал от нетерпения, как первоклассник.

– Он велел делать то, что ты скажешь, – коротко ответила мама, распахивая дверцу.

Стас едва успел прыгнуть на пассажирское сиденье, как двигатель взревел, и машина сделала полицейский разворот, отчего надписи превратились в снежные фонтаны. Он ещё подумал, что если бы не успел, то мама уехала бы без него. А ещё – что никогда раньше не видел, чтобы мама так точно и стремительно вела машину. Они неслись по пустынной улице, а Стас названивал в справочную, чтобы узнать, где ещё в ночном городе работают ветеринарные лаборатории.

ПЯТНИЦА. УТРО

Утром в пятницу Стас проснулся обычным порядком – с него уползло одеяло. С рычанием и хрюканьем. Стас вцепился в убегающий край и сквозь сон забормотал: – Отдай. Фу. Нельзя! Это моё одеяло.

Внезапно Стас осознал происходящее и моментально проснулся. Патрик стоял передними лапами на диване в позе победителя, кольцо хвоста моталось в разные стороны, а взгляд выразительно требовал: хочу есть, хочу гулять, играть, и вообще – человек, хватит валяться! Сев в разорённой постели, Стас обнял пса за шею и ткнулся щекой в чёрный влажный нос. Прежде он не поверил бы, что будет так радоваться тому, что Патрик сдирает с него одеяло. Вчера пёс весь день пролежал на коврике, а за ночь антибиотики сделали чудо. В конечном итоге врачи определили какое-то воспаление, легко поддающееся лечению.

За завтраком мама, которая вчера весь день была напряжена и молчалива, дала волю чувствам:

– Лопает всякую гадость на прогулке. За ним нужно смотреть, а не задачки решать, а то вечно задумаешься, ничего вокруг не видишь.

Тут мама вспомнила, что Стас прошлой ночью решил самую трудную и самую нужную задачку, но не стала говорить это вслух. Во-первых, она не любила лишний раз обсуждать очевидное, а во-вторых, представила, что ответит Стас: «Подумаешь – вероятность посчитать, что здесь трудного»? Настроение улучшилось. Мама Лена улыбнулась и объявила, что вечером, когда прилетит отец, будет праздничное меню.