

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Сергей Дориченко



Мерседес за трёх дверями

А началось всё...

— Представляешь, кручу я это проклятое колесо, и вдруг выпадает сектор «приз»! — Билл с горящими глазами рассказывал своему старому другу Джону, как недавно побывал на игре «Колесо фортуны».

— Я, конечно, обрадовался. А ведущий подводит меня к трём дверям и говорит: «Не всё так просто. За одной из дверей — мерседес. И он может стать твоим, Билл. Выбирай любую дверь». Я аж весь вспотел от напряжения. Ну, думаю, была не была, и показываю на ту, что справа. А он вдруг идёт к центральной и распахивает её. А там пусто. «Видишь ли, Билл, — продолжает он, — я решил тебе немного помочь. Я знаю, где спрятан мерседес. И, чтобы повысить твои шансы, открыл одну из дверей, за которой пусто». Да, думаю, спасибо, но мне-то что толку? А тут он и выдаёт: «А теперь, Билл, главное — я разрешаю тебе изменить выбор. Можешь указать на другую дверь. Если хочешь, конечно. Решай!» Ну, тут меня прямо вдребезги бросило. Раньше у меня какие были шансы — один к трём, понятное дело. А теперь две двери остались — левая и правая. Значит, шансы уже один к двум. Обрадовался поначалу, а потом прикидываю — ну и какая тогда разница, какую дверь открывать? Шансы-то теперь одинаковые. Может, думаю, запутывает? Ну и не стал выбор менять — открыл, как и хотел, правую дверь. И ничего не выиграл. А вот теперь мучаюсь — это просто мне не повезло или всё-таки надо было левую дёргать?

Ответ Джона

— Сдаётся мне, сплоховал ты, братец, — покачал головой Джон. — Шансы стали бы куда больше, измени ты своё решение.

— Как это, Джон? Ведь остались две двери, значит, шансы одинаковые.

— Так ведь ведущий всегда мог открыть из двух дверей одну, за которой пусто. Значит, про твою дверь он тебе равным счётом ничего не сообщил. Там как была вероятность $1/3$, так и осталась.

— Нет, это ерунда. Раз за открытой дверью ничего нет, то там сразу вероятность 0 получается. Значит, за двумя другими — по $1/2$.

— Почему поровну-то? Ладно, давай не спеша разберёмся. Возьмём те две двери, которые ты не выбрал. С какой вероятностью мерседес находится за ними?

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

— Это пока ничего не открывают? Да вроде как 2/3 получаются.

— Правильно. А тут ведущий одну из этих дверей открывает, выбирая ту, за которой ничего нет. И он, понятно, всегда это может сделать. Значит, он просто тебе проясняет, что вот, мол, за этой дверью из тех двух нет мерседеса. Но вероятность, что за теми двумя дверями мерседес — по-прежнему 2/3. И у тебя не появляется никакой информации про выбранную тобою дверь. Вся неопределенность — где именно мерседес, за теми двумя дверями или за той, что ты выбрал — сохранилась!

— Это что же тогда получается? Раз эти 2/3 сидят по-прежнему в тех двух дверях, но за одной из них точно пусто, то эти 2/3 все целиком на другую дверь переходят?

— Ну да. А у твоей исходно выбранной двери вероятность 1/3 остается. — Джон победно откинулся на стуле и потянулся за коктейлем. А Билл задумался.

Вторая попытка

— Наверное, я уже давно должен был всё понять, — сказал после долгого размышления Билл, — но я в этих вероятностях не силён, и что-то всё-таки как-то мне не верится...

— Терпение, главное терпение, — чуть слышно проборотал Джон. Он начал потихоньку выходить из себя. — Хорошо, Билл, давай попробуем по-другому. Вот представь себе, будешь ты целый месяц ходить на эту игру, каждый раз совершенно случайно выбирать дверь и открывать её. Сколько мерседесов ты выиграешь?

— Если без жульничества с их стороны, так за 30 дней примерно десяток наберётся.

— Верно. Это и значит, что шансы твои — 10 к 30, или 1 к 3, короче, вероятность — 1/3.

— Только я не пойму, к чему ты клонишь.

— Ну, вот представь себе, ходишь ты целый месяц на эту игру. Выбираешь случайно дверь. И как упрётый, выбор не меняешь. Ведущий там суетится, что-то предлагает, а ты знай стоишь на своём. Сколько мерседесов ты выиграешь?

— Да вроде около десятка получится.

— А что же ты мне рассказывал, что когда ведущий одну дверь раскрыл, у тебя шансы повысились?

— Ну да, раз остались две закрытые двери, то шансы стали по 1/2 на каждую.

— Но тогда выходит, если ведущий каждый раз будет одну из дверей распахивать, ты за месяц уже 15 мерседесов зайдёшь?

— Выходит, так, — неуверенно протянул Билл.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



— Так ведь для тебя ничего же не изменилось! — Джон еле держал себя в руках. — Да пусть он хоть твою дверь распахнёт, хоть все три: ты же свой выбор не меняешь!

— Эй, попридержи лошадей, приятель. Если он распахнёт мою дверь, я сразу либо выиграю, либо проиграю.

— Да, Билл, да. В каждом конкретном случае ты либо проиграешь, либо выиграешь. Но если целый месяц будешь указывать случайную дверь и не станешь менять свой выбор, что бы там потом ни открывали, выиграешь ты примерно 10 мерседесов.

— Неужто правда?

— Тебе же и раньше фактически все три двери открывали, чтобы твой выбор проверить. А теперь что-то открывают чуть раньше: когда ты уже выбрал, но ещё как бы не до конца. Но ты же выбор не меняешь. Можешь считать, что это они двери открывать начали, чтобы проверить, угадал ты или нет.

— Похоже, я и вправду за месяц тот же десяток наберу, хотя и чудно это как-то.

— Отлично! — Джон утёр вспотевший лоб платком. — А теперь, Билл, напрягись и ответь: сколько мерседесов ты выиграешь, если каждый раз будешь менять свой выбор?

— Откуда же я знаю?

— Окей, давай сделаем так. Представь себе, что мы с тобой ходим на эту чёртову игру вместе. Выбираешь дверь каждый раз ты и выбор свой не меняешь. А вот я, наоборот, после предложения ведущего твой выбор каждый раз меняю — ну, мысленно как бы. Ты тогда наберёшь 10 мерседесов за месяц, так?

— Да вроде так, Джон.

— А сколько наберу я?

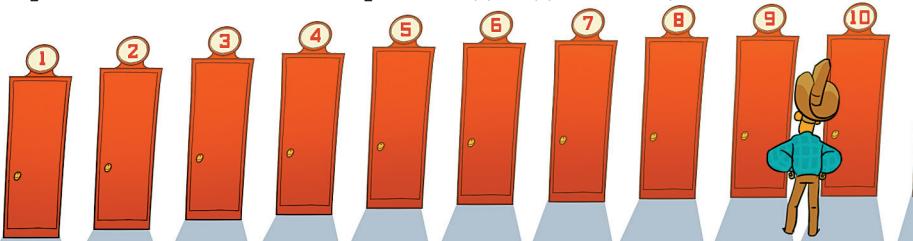
— Ты? Это мысленно, значит?

— Да, мысленно, мысленно.

— А ты... Ну если я выиграл, ты уходишь ни с чем. А если мне не повезло, то мерседес, значит, за другой закрытой дверью. Эй, так он же тебе тогда достанется! Всего мерседесов 30, я выиграл 10. Значит, ты выиграешь... 20? Но это нечестно, Джон!

— А ты чего хотел? Настаивая на своём выборе, ты открывашь одну случайную дверь из трёх — значит, свою треть мерседесов и получишь. А меняя выбор, ты как бы открывашь две оставшиеся двери — одну за тебя открывает ведущий, а вторую — ты сам. Вместо одной случайной двери — целых две. Чего ж тут удивляться, что шансы удвоились?

— Гениально, — восхликал Билл и снова погрузился в размышления. Его озарённое догадкой лицо постепен-



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

но мрачнело. Джон с тревогой следил за Биллом. Наконец Билл нерешительно и как бы извиняясь выдал Джону следующее.

Последний довод

– Да, Джон, похоже ты прав. Ты очень понятно тут толковал, но всё же я не вполне понял...

– Билл! – Джона почти хватил удар. – Ради бога, молчи! Я придумал, я тебе сейчас всё предельно доходчиво объясню. Представь, что на этой игре 100 дверей.

– Ого, целых 100, это здорово. Только тогда никаких шансов.

– Да, Билл, 100 дверей. Только не «никаких шансов», а $1/100$ – маловато, но всё же кое-что. Так вот, Билл, после того, как ты выбрал дверь, добрый и всезнающий ведущий открывает – сколько бы ты думал – 98 дверей, за которыми ничего нет! Да, Билл, распахивает все двери, кроме двух – той, что ты выбрал, и ещё одной какой-то двери. И предлагает тебе поменять выбор, либо настаивать на своём. Что ты сделаешь?

– Что я сделаю, Джон? Так ведь если я поменяю выбор, то угадаю в тех случаях, когда мерседес был за теми 99 дверями, кроме той, что я выбрал сначала. А если не поменяю, то угадаю, только если мне сразу повезло. Но, конечно же, мерседес скорее за теми 99 дверями, чем за той одной, куда я случайно ткнул пальцем. Так что надо менять, это дураку ясно.

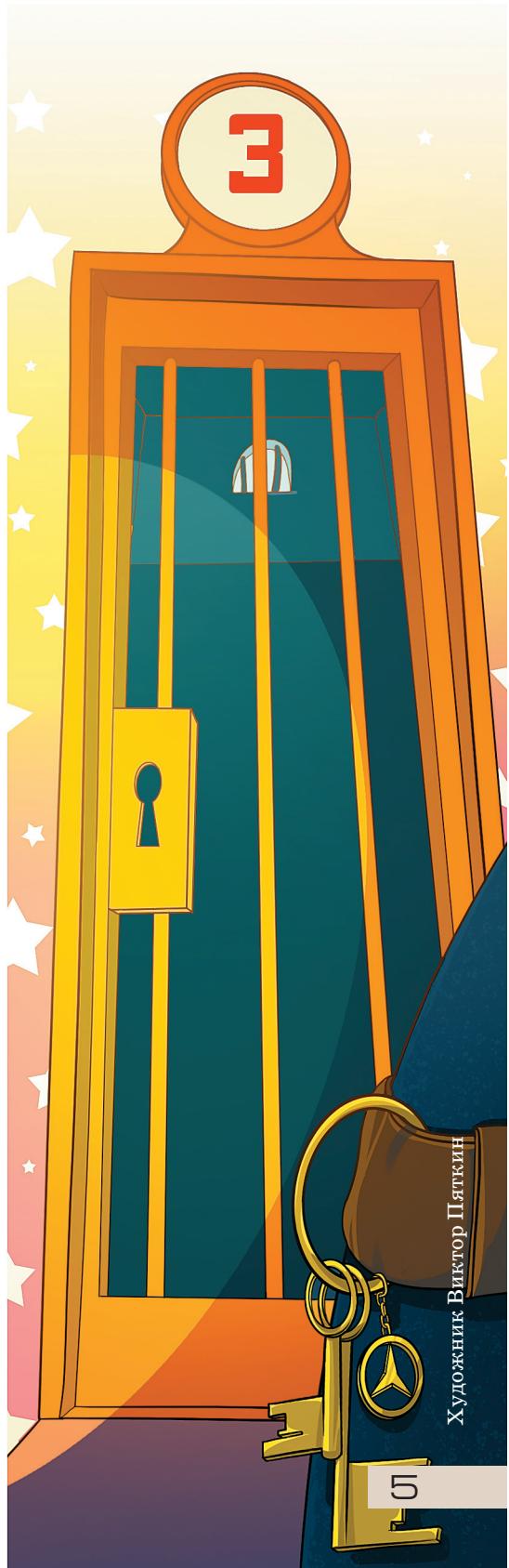
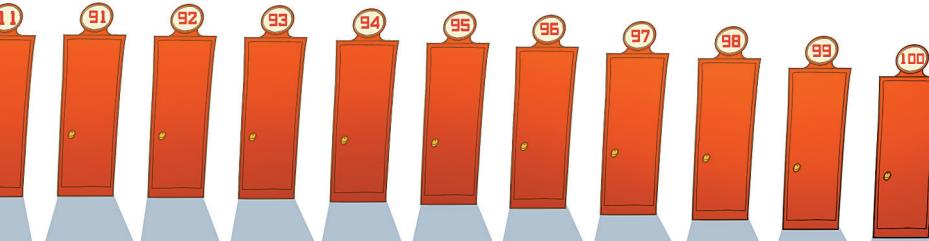
– Ну, кажется, ты хоть что-то понял. Только знаешь, хватит на сегодня вероятностей, мне пора. – И Джон поспешно распрощался с Биллом, пока тот снова не засомневался.

Новая загадка

Наутро Билл влетел к Джону и прямо с порога взахлёб стал рассказывать.

– Джон, тут такая история. У Тэда, который надзирателем работает, в тюрьме трое давнишних заключённых, так двоих решили освободить досрочно. А кого именно – пока им не говорят. Тэд-то знает, но сказать не имеет права. А один из заключённых – приятель Тэда – всё его упрашивает: «Про меня не хочешь ответить – не надо, но назови мне хоть одного, кого освободят». Тэд уже почти согласился, а его приятель вдруг передумал: «Нет, стой! Сейчас у меня шансы освободиться $2/3$, а как я узнаю про одного из тех ребят, что его выпускают, так мои шансы сразу до $1/2$ упадут». Джон, а я понял, где этот парень ошибся!

А вы поняли? Ответ – на следующей странице.



МЕРСЕДЕС ЗА ТРЕМЯ ДВЕРЯМИ

Здесь заключённым допущена ровно та же ошибка, что и Биллом. Заключённый узнает лишь, кто именно из оставшихся заключённых будет точно освобождён, но эти сведения не дадут ему никакой дополнительной информации о том, будет ли освобождён он сам.

Приведём ещё одно объяснение, отличное от тех, что были в статье.

Пусть имеются три заключённых: A , B и C , причём A – знакомый надзирателя. Возможны три равновероятных случая: освободят A и B , освободят A и C или освободят B и C . Видим, что в двух из этих случаев A освобождаются, то есть вероятность выйти на свободу составляет для него $2/3$.

Посмотрим, что изменится, если надзиратель Тэд назовёт имя одного из освобождённых.

В первом случае Тэд скажет, что освобождают B , при этом A тоже освобождаются. Во втором случае Тэд скажет, что освобождают C , при этом A тоже освобождаются. В третьем случае Тэд равновероятно может сказать, что освобождают B или освобождают C , при этом A не освобождается. Значит, если A услышит, что освобождают B , то это либо первый случай, либо последний, причём в два раза более вероятно, что это именно первый случай. То есть в этой ситуации он выйдет на свободу снова с вероятностью $2/3$. Аналогично, если A услышит, что освобождают C , то это либо второй случай, либо последний, причём в два раза более вероятно, что это именно второй случай. И снова A выходит на свободу с вероятностью $2/3$.