

Материалы предоставлены  
И. ВЫСОЦКИМ и В. ШАПАРИНОЙ

Материалы  
разрабатывались и прошли  
апробацию в проекте  
«Математическая вертикаль»

7 класс

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

### Контрольная работа №1. Представление данных

Контрольная работа содержит 5 заданий по теме «Таблицы и диаграммы». Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадях. На выполнение работы отводится 45 минут.

При выполнении разрешается пользоваться калькулятором.

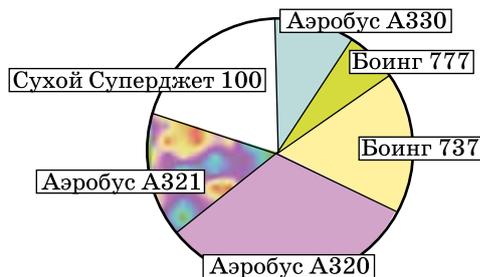
**1.** Продавец в магазине в небольшой таблице подсчитывает количество проданных мягких игрушек и выручку от их продажи.

Число	Товар	Цена (руб.)	24 сентября		
			Штук	Всего	Выручка
1	Кот Барсик, 19 см	900	++++	6	5400
2	Котенок белый, 15 см	210	++++		
3	Мишка Потап, 9 см	120	++++ +++++	13	1560
4	Заяц с барабаном, 35 см	1930		2	3860
5	Крошка Енот, 18 см	699	++++ +	5	3495

а) Сколько всего 24 сентября было продано игрушек «Котенок белый»?

б) Какую сумму в этот день выручил магазин от продажи игрушек «Котенок белый»?

**2.** Авиакомпания «Аэрофлот» в регулярных пассажирских перевозках использует шесть типов самолетов. По данным о количестве самолетов в парке «Аэрофлота» построена круговая диаграмма.



а) Самолетов какого типа в «Аэрофлоте» больше всего?

б) Выберите *верные* утверждения:

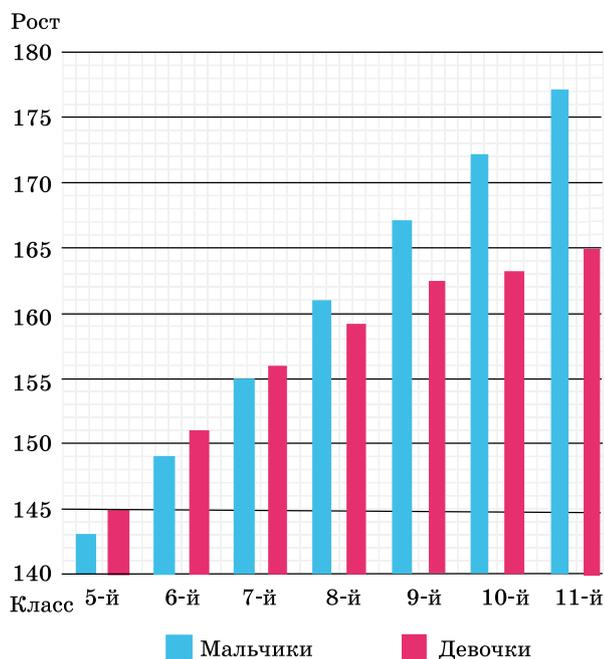
1. Самолеты Боинг составляют немногим менее четверти всех самолетов парка.

2. Самолетов Сухой Суперджет-100 в парке меньше, чем Аэробус А321.

3. Самолеты Боинг 737 и Аэробус А320 в совокупности составляют менее половины всех самолетов парка.



3. На диаграмме представлены данные о среднем росте школьников. По горизонтали указывается класс, по вертикали — средний рост в сантиметрах.



а) Определите, на сколько сантиметров мальчики в среднем выше девочек в 8-м классе?

б) На сколько сантиметров в среднем мальчики 7-го класса выросли за предшествующий год?

в) Известно, что рост Васи Лавочкина 167 см. Можно ли по диаграмме определить, в каком он учится классе? Если да, определите в каком; если нет — то объясните почему.

4. В таблице представлены цены на бензин в некоторых странах (в евро).

№	Страна	Средняя цена бензина (евро/л)		Абсолютное изменение цены	Относительное изменение цены (%)
		2017	2018		
1	Иран	0,257	0,241	−0,016	−6,23
2	Венесуэла	0,010	0,007	−0,003	−30,00
3	Польша	1,054	1,166	0,112	10,63
4	США	0,610	0,678	0,068	11,15
5	Китай	0,897	0,975	0,079	8,70
6	Норвегия	1,664	1,714	0,050	3,00
7	Россия	0,572	0,565	−0,007	−1,22
8	Гонконг	1,861	1,752	−0,109	−5,86
9	Казахстан	0,413	0,455	0,042	10,17
10	Германия	1,358	1,441	0,083	6,11

а) Найдите относительное изменение цены на бензин в России. Результат округлите до сотых долей процента.

б) В какой из этих стран цена на бензин (в евро) выросла больше всего?

в) В какой из стран цена на бензин (в евро) выросла больше всего в процентах?

г) Мы видим, что в некоторых странах цены на бензин, выраженные в евро, снизились за год. Как вы думаете, значит ли это, что бензин в этих странах стал дешевле для покупателей? В нескольких предложениях изложите и обоснуйте свое мнение.

5. Для перевозки 45 тонн груза на 1300 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей у каждого перевозчика указаны в таблице.

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобиля (т)
«Везунчик»	3200	3,5
«ГрузМаш»	4100	5,0
«Туда-сюда»	9500	12,0

а) В какой фирме перевозка окажется дешевле всего?

б) Во сколько рублей обойдется этот самый дешевый вариант?

### Ответы и решения

1. а) 9; б) 1890 руб.

2. а) Аэробус А320; б) 13.

3. а) на 2 см; б) на 6 см. в) Определить класс, где учится Вася Лавочкин, нельзя. Согласно диаграмме средний рост 167 см характерен для девятиклассников. Но это вовсе не значит, что мальчик ростом 167 см не может оказаться в 11-м, 10-м, 8-м или даже в 7-м классе. Диаграмма показывает лишь средний рост, но не рассеивание данных. Можно лишь предполагать, что Вася учится в девятом классе, но утверждать это нельзя — вероятность ошибки высока.

*Комментарий.* Учитывая, что тема «Средние значения» еще не изучалась, следует опираться на общие представления о средних, имеющиеся у школьников. Нужно принять как верное любое рассуждение, в котором так или иначе отражена ключевая мысль: среднее, показанное на диаграмме, не значит, что любой мальчик указанного роста учится в 9-м классе.

4. а) −1,22%; б) Польша; в) США. г) Нет, не значит. В каждой стране есть своя валюта, курс которой относительно евро может значительно колебаться. Например, в России мы используем рубли. Несмотря на то, что в России цена бензина в евро за год снизилась, в рублях она выросла.

*Комментарий.* Следует принять как верное любое рассуждение, в котором так или иначе от-

ражена ключевая мысль: цена в валюте конкретной страны ведет себя иначе, чем цена в евро.

5. а) «ГрузМаш»; б) 479 700 руб.

### Критерии оценивания

Всего в работе 13 пунктов в 5 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–7	8–10	11–13
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

## Контрольная работа № 2. Описательная статистика

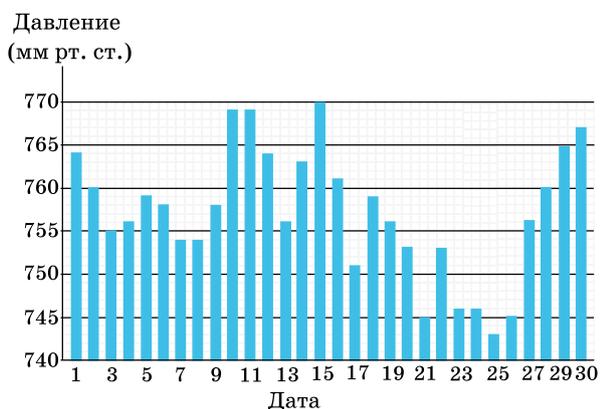
### Обязательный уровень

Контрольная работа содержит 5 заданий. Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадах. На выполнение работы отводится 45 минут.

При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

1. Дан числовой набор: 8, –3, 4, 0, –1, 1, –3, 7, 5. Найдите: а) среднее арифметическое; б) медиану; в) середину интервала значений; г) размах.

2. На диаграмме представлены данные об атмосферном давлении за ноябрь 2018 года в Москве.



а) Определите по диаграмме размах данных.  
 б) Какого числа атмосферное давление впервые в этом месяце упало ниже 750 мм рт. ст.?

3. Интернет-магазин бытовой техники предлагает капельные кофеварки. В таблице собраны данные о ценах на кофеварки и их количестве на складе магазина. Найдите среднюю цену кофеварки в этом интернет-магазине.

Модель кофеварки	Количество на складе	Цена
PhHD7767	5	12 800
PhHD7457	11	2400
VT-1518	8	5800
ТКА 8011/8013	12	6700
ICM 15750	4	7900

4. Тип климата во многом определяется годовым разбросом (рассеиванием температуры) и средней температурой. Чем дальше местность от незамерзающих океанов, тем холоднее зима и жарче лето и тем больше размах температур. Средняя температура связана с географической широтой местности: чем севернее, тем ниже среднегодовая температура.

На карте отмечены четыре города: Лиссабон (Португалия), Ашхабад (Туркменистан), Берген (Норвегия) и Якутск (Россия).



В таблице даны некоторые статистические характеристики температуры в этих четырех городах, полученные с помощью многолетних наблюдений. Определите, где какой город (установите соответствие между цифрами и данными городами).

Город	1	2	3	4
Минимальная средняя температура за месяц (январь)	1,5	–38,6	3,5	11,9
Максимальная средняя температура за месяц (июль)	14,5	19,5	31,3	24,1
Средняя годовая температура	7,73	–8,75	17,12	17,66

5. В отделе 10 сотрудников. Средняя зарплата в отделе в октябре была равна 61,4 тыс. рублей. В ноябре самому высокооплачиваемому сотруднику повысили зарплату на 11 400 рублей, а самому низкооплачиваемому понизили на 1600 рублей.

а) Как изменилась медианная зарплата?  
 б) Как изменился размах зарплат?  
 в) Какая средняя зарплата стала в отделе в ноябре?

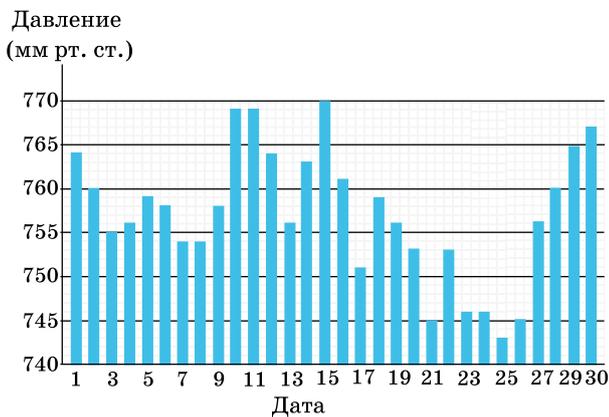
### Повышенный уровень

Контрольная работа содержит 7 заданий. Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадах. На выполнение работы отводится 45 минут.

При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

1. Дан числовой набор: 7, –3, 4, 5, –1, 3, –3, 8, 0, 6. Найдите: а) среднее арифметическое; б) медиану; в) середину интервала значений; г) размах.

2. На диаграмме представлены данные об атмосферном давлении за ноябрь 2018 года в Москве. Определите по диаграмме размах данных.



3. Интернет-магазин бытовой техники предлагает различные кофеварки ценой до 10 тыс. рублей. В таблице собраны данные о ценах на кофеварки на данном сайте. Оцените среднюю цену кофеварки в этом интернет-магазине.

Диапазон цены (руб.)	Количество кофеварок
1000–2000	17
2000–3000	19
3000–4000	13
4000–5000	11
5000–6000	8
6000–7000	12
7000–8000	7
8000–9000	9
9000–10 000	4

4. В таблице собраны данные о контрольном измерении партии яиц отборной категории (от 65 г до 74,9 г).

№	1	2	3	4	5
Масса (г)	74,8	66,0	65,3	68,1	70,0

№	6	7	8	9	10
Масса (г)	66,2	65,7	73,1	67,0	69,2

Выбрано правило: будем считать, что данные в массиве неоднородны, если медиана данных отличается от их среднего арифметического больше, чем на 10% размаха. Можно ли считать, что в данной партии массы яиц образуют неоднородный массив данных?

5. В отделе работает 10 сотрудников. В ноябре самому высокооплачиваемому сотруднику повысили зарплату на 11 400 рублей, а самому низкооплачиваемому понизили на 1600 рублей.

- Как изменилась медианная зарплата?
- Как изменился размах зарплат?

в) Как изменилась средняя зарплата (среднее арифметическое)?

6. Найдите дисперсию набора, в котором пять чисел: 4, 1, 2, –5, 3.

7. Тип климата во многом определяется годовым разбросом (рассеиванием температуры) и средней температурой. Чем дальше местность от незамерзающих океанов, тем холоднее зима и жарче лето и тем выше разброс температур. Средняя температура связана с географической широтой местности: чем севернее, тем ниже среднегодовая температура.

На карте отмечены четыре города: Лиссабон (Португалия), Ашхабад (Туркменистан), Берген (Норвегия) и Якутск (Россия).



В таблице даны некоторые статистические характеристики температуры в этих четырех городах, полученные в результате многолетних наблюдений. Определите, где какой город (установите соответствие между цифрами и данными городами). Запишите ход ваших рассуждений (одно-два предложения).

Город	1	2	3	4
Средняя годовая температура	7,73	–8,75	17,12	17,66
Дисперсия температуры	23,44	443,17	94,72	19,66

### Ответы и решения

Обязательный уровень: 1. а) 2; б) 1; в) 2,5; г) 11.

2. а) 27 мм рт. ст.; б) 22-го. 3.  $\frac{248\,800}{40} = 6220$  руб.

4. 1 — Берген, 2 — Якутск, 3 — Ашхабад, 4 — Лиссабон. 5. а) Медиана не изменилась; б) размах вырос на  $11,4 + 1,6 = 13$  (тыс. руб.), то есть на 13 000 руб.; в) в ноябре средняя зарплата стала равна  $\frac{61,4 \cdot 10 + 11,4 - 1,6}{10} = \frac{623,8}{10} = 62,38$  тыс. руб., то есть 62 380 руб.

### Критерии оценивания

Всего в работе 11 пунктов в 5 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–6	7–8	9–11
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

Повышенный уровень: 1. а) 2,6; б) любое число от 3 до 4, например 3,5; в) 2,5; г) 11.

2. 27 мм рт. ст. 3. Любое значение от 4070 до 5070 руб. или весь интервал. 4. Медиана 67,55; среднее арифметическое 68,54; размах 9,5.

$$\frac{|67,55 - 68,54|}{9,5} = \frac{0,99}{9,5} > 0,1,$$

поэтому данные неоднородны. 5. а) Медиана не изменилась; б) размах вырос на  $11,4 + 1,6 = 13$  (тыс. руб.), то есть на 13 000 руб.; в) в отделе 10 человек, поэтому при повышении зарплаты одного сотрудника на 11,4 тыс. рублей среднее выросло на  $\frac{11,4}{10} = 1,14$  тыс. руб., а при уменьшении зарплаты сотрудника на 1,6 тыс. рублей

среднее уменьшилось на  $\frac{1,6}{10} = 0,16$  тыс. руб. Поэтому в ноябре средняя зарплата выросла на  $1,14 - 0,16 = 0,98$  тыс. руб., то есть на 980 руб.

6. Среднее данных чисел равно

$$\frac{4+1+2-5+3}{5} = 1.$$

Удобно составить таблицу:

Числа	4	1	2	-5	3
Отклонение от среднего	3	0	1	6	2
Квадрат отклонения	9	0	1	36	4

Дисперсия равна  $\frac{9+0+1+36+4}{5} = 10$ .

7. *Предполагаемое решение.* Сравним дисперсии годовых температур. Низкие дисперсии у городов 1 и 4. Это должны быть приморские города Лиссабон и Берген. Но Берген значительно севернее Лиссабона. Значит, средняя температура в Бергене должна быть ниже. Скорее всего, город 1 — это Берген, а Лиссабон — город 4. Аналогично сравниваются города 2 и 3. Значит, 1 — Берген, 2 — Якутск, 3 — Ашхабад, 4 — Лиссабон.

#### Критерии оценивания

Всего в работе 12 пунктов в 7 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–7	8–9	10–12
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

### Итоговая контрольная работа. Демонстрационный вариант

#### Обязательный уровень

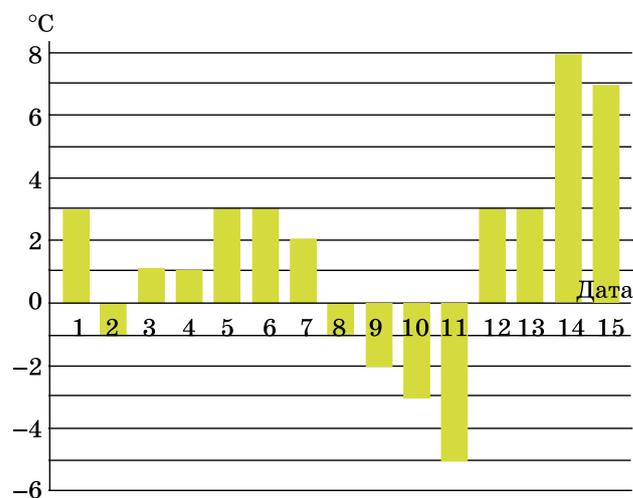
**Инструкция.** Итоговая контрольная работа содержит 5 заданий по темам «Таблицы и диаграммы» и «Описательная статистика». Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадях. На выполнение работы отводится 45 минут.

При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

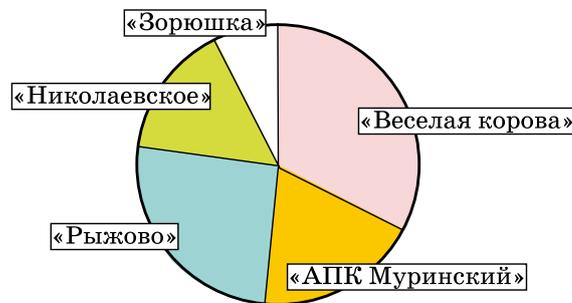
**В заданиях 1–3 запишите только ответы.**

1. Дан числовой набор: 5, 1, 3, 2, 1, 0, 7, 1, 2, 3. Найдите: а) среднее арифметическое; б) медиану.

2. На диаграмме представлены результаты ежедневного измерения температуры воздуха в полдень в Казани в ноябре 2014 года. По горизонтали указываются даты, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме размах данных.



3. Сыроварня закупает молоко у пяти хозяйств: «Веселая корова», «АПК Муринский», «Рыжово», «Николаевское» и «Зорюшка». Круговая диаграмма показывает долю каждого хозяйства в поставках молока.



а) Какое хозяйство поставило для сыроварни меньше всего молока в апреле?

б) Укажите *верные* утверждения.

1. Количество молока, закупленного в хозяйстве «Рыжово», больше чем в два раза превышает количество молока, закупленного в хозяйстве «Зорюшка».

2. Хозяйство «АПК Муринский» поставило в апреле больше четверти закупленного молока.

3. Хозяйства «Веселая корова» и «АПК Муринский» вместе поставили в апреле в сыроварню больше половины закупленного молока.

Город	Население (тыс. чел.)	Общая протяженность маршрутов (км)	Загруженность (тыс. чел./км)
Москва	12 330	1150	10,72
Санкт-Петербург	5225	489	10,69
Новосибирск	1584	133	
Екатеринбург	1477	216	
Казань	1217	131	9,29
Омск	1178	151	7,80
Самара	1171	211	5,55
Ростов-на-Дону	1130	83	13,61
Уфа	1109	233	4,76

**Запишите решение и ответ к заданиям 4 и 5.**

**4.** В таблице (вверху страницы) представлены данные о населении и протяженности маршрутов троллейбусной сети в девяти крупнейших городах России.

а) Средняя протяженность троллейбусных маршрутов в этих девяти городах равна 310,8 км. Найдите медиану этих данных.

б) Найдите медианного представителя — город, в котором протяженность маршрутов ближе всего к медиане.

в) *Загруженностью* троллейбусной сети города назовем отношение численности населения (в тыс. чел.) к общей протяженности маршрутов (в км). Найдите загруженность троллейбусных сетей в Новосибирске и Екатеринбурге. Округлите результаты до сотых.

г) Будем считать, что троллейбусная сеть города *хорошо развита*, если загруженность этой сети не превосходит 7 тыс. чел./км. Определите, в каких из девяти данных городов троллейбусные сети хорошо развиты.

**5.** В США, Белизе и некоторых других странах температура воздуха измеряется в градусах Фаренгейта. Температура замерзания воды равна 32°F, а температура кипения воды равна 212°F. Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия можно по формуле

$$t_c = \frac{5}{9}(t_f - 32).$$

Метеостанция в городе Бельмопан (Белиз) проводит ежедневные наблюдения погоды. Оказалось, что средняя температура воздуха в июле равна 77°F. Выразите среднюю температуру воздуха в шкале Цельсия.

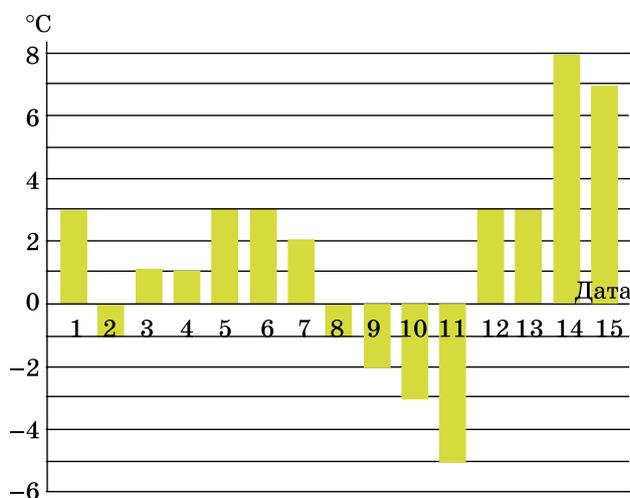
### Повышенный уровень

**Инструкция.** Итоговая контрольная работа содержит 6 заданий по темам «Таблицы и диаграммы» и «Описательная статистика». Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадях. На выполнение работы отводится 45 минут.

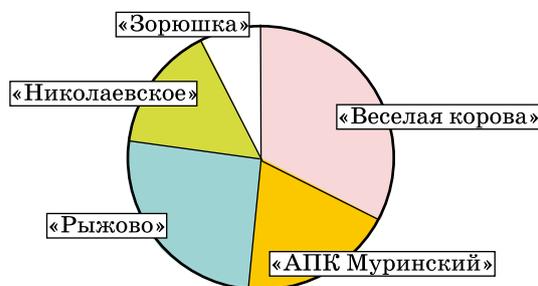
При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

**В заданиях 1–2 запишите только ответы.**

**1.** На диаграмме представлены данные результатов ежедневного измерения температуры воздуха в полдень в Казани в ноябре 2014 года. По горизонтали указываются даты измерений, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме размах данных.



**2.** Сыроварня закупает молоко у пяти хозяйств: «Веселая корова», «АПК Муринский», «Рыжово», «Николаевское» и «Зорюшка». Круговая диаграмма показывает долю каждого хозяйства в поставках молока.



а) Какое хозяйство поставило для сыроварни меньше всего молока в апреле?

б) Укажите *верные* утверждения.

1. Количество молока, закупленного в хозяйстве «Рыжово», больше чем в два раза превышает

Город	Население (тыс. чел.)	Общая протяженность маршрутов (км)	Загруженность (тыс. чел./км)
Москва	12 330	1150	10,72
Санкт-Петербург	5225	489	10,69
Новосибирск	1584	133	
Екатеринбург	1477	216	
Казань	1217	131	9,29
Омск	1178	151	7,80
Самара	1171	211	5,55
Ростов-на-Дону	1130	83	13,61
Уфа	1109	233	4,76

ет количество молока, закупленного в хозяйстве «Зорюшка».

2. Хозяйство «АПК Муринский» поставило в апреле больше четверти закупленного молока.

3. Хозяйства «Веселая корова» и «АПК Муринский» вместе поставили в апреле в сыроварню больше половины закупленного молока.

*Запишите полные решения и ответы к заданиям 3–6.*

3. В таблице (вверху страницы) представлены данные о населении и протяженности маршрутов троллейбусной сети крупнейших городов России.

а) Средняя протяженность троллейбусных маршрутов в этих девяти городах равна 310,8 км. Найдите медиану этих данных.

б) Найдите медианного представителя — город, в котором протяженность маршрутов ближе всего к медиане.

в) Какой из найденных показателей — среднее арифметическое или медиана — лучше характеризует общую протяженность троллейбусных маршрутов типичного крупного российского города? Кратко обоснуйте свое мнение.

г) *Загруженностью* троллейбусной сети города назовем отношение численности населения (в тыс. чел.) к общей протяженности маршрутов (в км). Найдите загруженность троллейбусных сетей в Новосибирске и Екатеринбурге. Округлите результаты до сотых.

д) Будем считать, что троллейбусная сеть города *хорошо развита*, если загруженность этой сети не превосходит 7 тыс. чел./км. Определите, в каких из девяти данных городов троллейбусные сети хорошо развиты.

4. В США, Белизе и некоторых других странах температура воздуха измеряется в градусах Фаренгейта.

Температура замерзания воды равна 32°F, а температура кипения воды равна 212°F. Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия можно по формуле

$$t_c = \frac{5}{9}(t_f - 32).$$

Метеостанция в городе Бельмопан (Белиз) проводит ежедневные наблюдения погоды. Данные о температуре воздуха за июль 2018 года даны в таблице:

Средняя дневная температура воздуха	77°F
Дисперсия дневной температуры	16,2 кв. °F

а) Выразите среднюю температуру в шкале Цельсия.

б) Выразите дисперсию температуры в шкале Цельсия.

5. Каждую весну гидролог измеряет в одном и том же месте реки максимальную высоту подъема воды. До этого года у него было 50 наблюдений, а их среднее значение равнялось 1 м 21 см. Этой весной гидролог произвел измерение и добавил полученное значение к прежним наблюдениям. При этом среднее значение немного уменьшилось и стало равно 1 м 20 см. Какое значение получилось у гидролога этой весной?

6. На предприятии ровно 100 сотрудников. Известно, что их средняя зарплата равна 43 880 руб., а медиана зарплаты равна 38 000 руб.

а) Можно ли утверждать, что найдется 50 сотрудников, у каждого из которых зарплата выше, чем 38 000 руб.?

б) Докажите, что найдется хотя бы один сотрудник, у которого зарплата выше, чем 49 700 руб.

### Ответы и решения

*Обязательный уровень:* 1. а) 2,5; б) 2. 2. 13°C.

*Комментарий.* Отсутствие единиц измерения не является ошибкой. 3. а) «Зорюшка»; б) 13. 4. а) Упорядочим данные в графе «Протяженность»: 83, 131, 133, 151, 211, 216, 233, 489, 1150. Всего девять значений. Медианой является пятое значение: 211; б) Самара; в) загруженность в Новосибирске  $1584 : 133 \approx 11,91$  тыс. чел./км, а в Екатеринбурге  $1477 : 216 \approx 6,84$  тыс. чел./км.; г) Екатеринбург, Самара и Уфа. 5. Средняя температура равна  $\frac{5}{9}(77 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 45 = 25$  (°C).

*Комментарий.* Отсутствие единиц измерения не является ошибкой.

### Критерии оценивания

Всего в работе 10 пунктов в 5 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–6	7–8	9–10
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

**Повышенный уровень: 1. 13°C. Комментарий.** Отсутствие единиц измерения не является ошибкой. 2. а) «Зорюшка»; б) 13. 3. а) Упорядочим данные в графе «Протяженность»: 83, 131, 133, 151, 211, 216, 233, 489, 1150. Всего девять значений. Медианой является пятое значение: 211; б) медианный представитель — Самара; в) медиана 211 км сильно отличается от среднего 310,8 км. Города, где протяженность маршрутов близка к 310,8 км, в таблице нет. Среднее слишком большое, потому что на него повлияли два очень крупных города. Протяженность троллейбусных маршрутов типичного крупного города лучше характеризует медиана 211 км. **Комментарий.** В качестве верного следует принять любое рассуждение, где отмечено, что городов, где протяженность маршрутов близка к среднему значению, нет; г) загруженность в Новосибирске равна  $1584 : 133 \approx 11,91$  тыс. чел./км, а в Екатеринбурге —  $1477 : 216 \approx 6,84$  тыс. чел./км; д) Екатеринбург, Самара и Уфа. 4. а) Средняя температура равна

$$\frac{5}{9}(77 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 45 = 25 (\text{°C});$$

б) дисперсия равна

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2 \cdot 16,2 = \frac{25}{81} \cdot 16,2 = 4 \text{ (кв. °C)}.$$

**Комментарий.** Отсутствие единиц измерения не является ошибкой. 5. Обозначим неизвестное значение  $x$ . Среднее за 51 год измерений равно

$$\frac{50 \cdot 1,21 + x}{51} = 1,23.$$

Тогда

$$x = 1,2 \cdot 51 - 1,21 \cdot 50 = 61,2 - 60,5 = 0,7 \text{ (м)} = 70 \text{ см}.$$

6. а) Нет, утверждать нельзя. Пример: пусть на предприятии 51 сотрудник с зарплатой 38 000 руб. и 49 сотрудников с зарплатой 50 000 руб. Тогда средняя зарплата равна

$$\frac{51 \cdot 38\,000 + 49 \cdot 50\,000}{100} = 43\,880 \text{ руб.},$$

медиана равна 38 000 руб., но зарплата выше 38 000 руб. только у 49 человек. б) Из условия следует, что у 50 сотрудников зарплата не выше 38 000 (первая группа). Пусть средняя зарплата

в первой группе равна  $a$  и  $a \leq 38\,000$  руб. Пусть средняя зарплата всех остальных сотрудников (вторая группа) равна  $b$  руб. Тогда

$$43\,880 = \frac{50a + 50b}{100} \leq \frac{50 \cdot 38\,000 + 50b}{100},$$

откуда:

$$50b \geq 43\,880 \cdot 100 - 50 \cdot 38\,000, \\ b \geq 43\,880 \cdot 2 - 38\,000 = 87\,760 - 38\,000 = 49\,760.$$

Значит, во второй группе найдется хотя бы один сотрудник, у которого зарплата не ниже, чем средняя по группе зарплата, и равна она 49 760 руб., то есть заведомо выше, чем 49 700 руб.

### Критерии оценивания

Всего в работе 13 пунктов в 6 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–6	7–10	11–13
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

## Итоговая контрольная работа

### Обязательный уровень

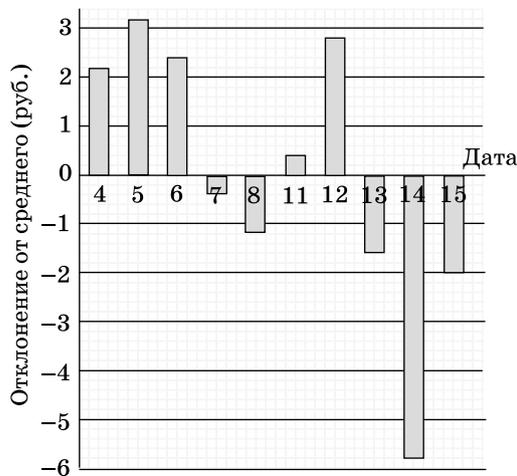
**Инструкция.** Итоговая контрольная работа содержит 5 заданий по темам «Таблицы и диаграммы» и «Описательная статистика». Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадях. На выполнение работы отводится 45 минут.

При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

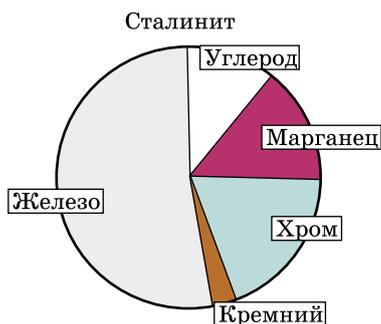
**В заданиях 1–3 запишите только ответы.**

1. Дан набор чисел: 3, 7, 0, -3, 5, 1, 2, 6, -4, 2. Найдите: а) среднее арифметическое; б) медиану.

2. На диаграмме представлены данные об отклонениях от среднего цены акции GAZP (ПАО «Газпром») за период торгов с 4 по 15 февраля 2019 года (средняя цена акции за этот период 161 руб.). Определите размах цены акции за этот период.



3. Сплав — это материал, который образуется в результате затвердения расплава двух или нескольких отдельных веществ. Сталини́т — порошкообразный сплав углерода, хрома, марганца, кремния и железа. Круговая диаграмма показывает долю (по массе) каждого вещества в сталините.



а) Вещество, имеющее в сплаве наибольшую массовую долю, называется *основой* сплава. Определите по диаграмме основу сталинита.

б) Укажите *верные* утверждения.

1. Массовая доля хрома в сплаве ниже массовой доли марганца.

2. Марганец и углерод составляют около четверти массы сплава.

3. Чтобы получить тонну сталинита, достаточно взять не больше 450 кг железа.

*Запишите полные решения и ответы к заданиям 4 и 5.*

4. В таблице (внизу страницы) представлены данные о населении и о годовой выработке электроэнергии за 2017 год девяти стран, которые являются мировыми лидерами по производству электроэнергии.

а) Найдите медиану годовой выработки электроэнергии в представленных странах.

б) Найдите медианного представителя — страну, в которой годовая выработка электроэнергии ближе всего к медиане.

в) Средняя годовая выработка электроэнергии в этих девяти странах составляет приблизительно

но 1893,4 млрд кВт·ч. Какой из показателей — среднее арифметическое или медиана — лучше характеризует годовую выработку электроэнергии типичного крупного производителя электроэнергии? Кратко обоснуйте свое мнение.

г) Найдите количество электроэнергии, вырабатываемой на душу населения (в кВт·ч/чел.), в Южной Корее и Германии. Округлите результаты до целых.

5. В таблице даны измерения температуры воздуха за неделю марта в двух городах. В Москве измерения даны в градусах Цельсия, а в Чикаго — в градусах Фаренгейта. Перевести температуру из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта можно по формуле

$$t_F = 1,8t_C + 32.$$

День	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Температура в Москве	5°C	0°C	2°C	8°C	4°C	6°C	3°C
Температура в Чикаго	36°F	42°F	45°F	43°F	52°F	42°F	48°F

а) Найдите среднюю температуру в Москве за этот период.

б) В каком из городов за эту неделю размах температуры меньше?

### Повышенный уровень

**Инструкция.** Итоговая контрольная работа содержит 6 заданий по темам «Таблицы и диаграммы» и «Описательная статистика». Задания разбиты на пункты. Работа выполняется в тетрадах. На выполнение работы отводится 45 минут.

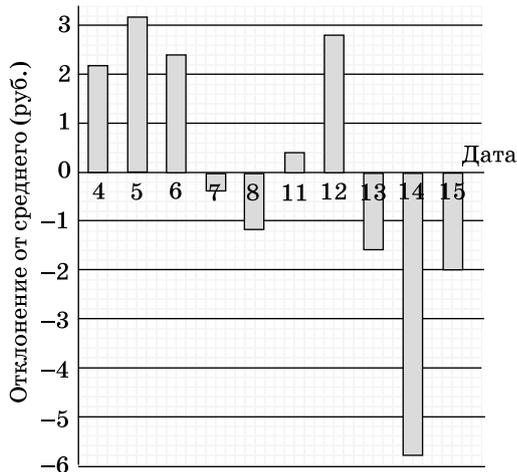
При выполнении работы разрешается пользоваться калькулятором.

**В заданиях 1–2 запишите только ответы.**

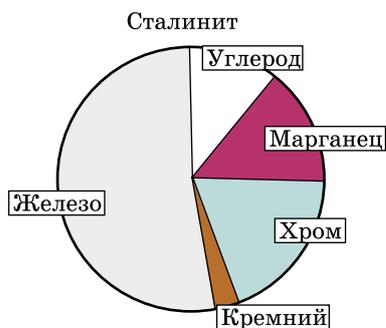
1. На диаграмме представлены данные об отклонениях от среднего цены акции GAZP (ПАО «Газпром») за период торгов с 4 по 15 февраля 2019 года (средняя цена акции за этот пери-

Страна	Население (тыс. чел.)	Годовая выработка электроэнергии (млрд кВт·ч)	Энергоплотность (кВт·ч/чел.)
Китай	1 395 814	6529	4678
Индия	1 359 741	1541	1133
США	333 337	4251	12 753
Бразилия	209 737	585	2789
Россия	146 781	1090	7426
Япония	126 220	1101	8723
Германия	83 214	653	
Южная Корея	53 733	579	
Канада	36 086	712	19 731

од 161 руб.). Определите размах цены акции за этот период.



2. Сплав — это материал, который образуется в результате затверждения расплава двух или нескольких отдельных химических элементов. Сталинит — порошкообразный сплав углерода, хрома, марганца, кремния и железа. Круговая диаграмма показывает состав сталинита (массовые доли элементов).



а) Вещество, имеющее в сплаве наибольшую массовую долю, называется *основой* сплава. Какое вещество является основой сталинита?

б) Укажите *верные* утверждения.

- Доля хрома в сплаве ниже доли марганца.
- Марганец и углерод вместе составляют около четверти массы сплава.
- Чтобы получить тонну сталинита, достаточно 450 кг железа.

Запишите полные решения и ответы к заданиям 3–6.

3. В таблице (внизу страницы) представлены данные о населении и о годовой выработке электроэнергии за 2017 год девяти стран, которые являются мировыми лидерами по производству электроэнергии.

а) Найдите медиану годовой выработки электроэнергии в представленных странах.

б) Найдите медианного представителя — страну, в которой годовая выработка электроэнергии ближе всего к медиане.

в) Средняя годовая выработка электроэнергии в этих девяти странах составляет приблизительно 1893,4 млрд кВт·ч. Какой из показателей — среднее арифметическое или медиана — лучше характеризует годовую выработку электроэнергии типичного крупного производителя электроэнергии? Кратко обоснуйте свое мнение.

г) Найдите количество электроэнергии, вырабатываемой на душу населения (в кВт·ч/чел.), в Южной Корее и Германии. Округлите результаты до целых.

4. На предприятии ровно 50 сотрудников. С 1 июня одному из сотрудников повысили зарплату на 20 тыс. рублей, а двое уволились. До 1 июня средняя зарплата на предприятии равнялась 72 тыс. рублей, а средняя зарплата уволившихся сотрудников равнялась 70 тыс. рублей. Найдите среднюю зарплату на предприятии после 1 июня.

5. В таблице даны измерения температуры воздуха за неделю марта в двух городах. В Москве измерения даны в градусах Цельсия, а в Чикаго — в градусах Фаренгейта.

Перевести температуру из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта можно по формуле

$$t_F = 1,8t_C + 32.$$

День	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Температура в Москве	5°C	0°C	2°C	8°C	4°C	6°C	3°C
Температура в Чикаго	36°F	42°F	45°F	43°F	52°F	42°F	48°F

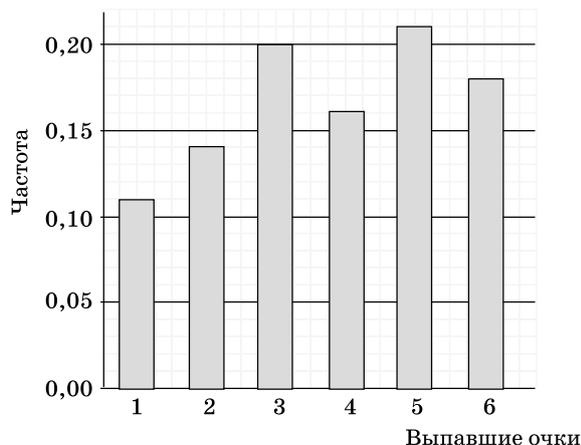
Страна	Население (тыс. чел.)	Годовая выработка электроэнергии (млрд кВт·ч)	Энергоплотность (кВт·ч/чел.)
Китай	1 395 814	6529	4678
Индия	1 359 741	1541	1133
США	333 337	4251	12 753
Бразилия	209 737	585	2789
Россия	146 781	1090	7426
Япония	126 220	1101	8723
Германия	83 214	653	
Южная Корея	53 733	579	
Канада	36 086	712	19 731

а) Найдите дисперсию температуры в Москве за этот период.

б) Чтобы сравнить дисперсии, их сначала нужно выразить в одних и тех же единицах. В каком из городов за эту неделю дисперсия температуры была меньше?

6. Изучая статистику, семиклассник провел эксперимент: он 100 раз подбросил правильный игральный кубик и записал, сколько очков выпало при каждом броске. Результаты показаны на гистограмме. Найдите:

- а) частоту события «выпало два очка»;
- б) среднее арифметическое выпавших очков;
- в) медиану выпавших очков.



### Ответы и решения

**Обязательный уровень:** 1. а) Среднее арифметическое равно 1,9; б) медиана равна 2. 2. 9 руб. 3. а) Железо; б) 2. 4. а)  $1090 \cdot 10^9$  кВт·ч; б) Россия; в) медиана  $1090 \cdot 10^9$  кВт·ч сильно отличается от среднего  $1893,4 \cdot 10^9$  кВт·ч. Страны, где выработка электроэнергии близка к  $1893,4 \cdot 10^9$  кВт·ч, в таблице нет. Среднее слишком большое, потому что на него повлияли две страны с очень высокой выработкой электроэнергии — Китай и США. Годовую выработку электроэнергии типичного крупного производителя электроэнергии лучше характеризует медиана; г) 7847 кВт·ч/чел. — Германия, 10 776 кВт·ч/чел. — Южная Корея. 5. а) Средняя температура в Москве равна  $4^\circ\text{C}$ ; б) размах температуры в Москве по шкале Цельсия равен  $8^\circ\text{C}$ , по шкале Фаренгейта равен  $8 \cdot 1,8 = 14,4^\circ\text{F}$ . Размах температуры в Чикаго равен  $16^\circ\text{F}$ . Размах в Москве меньше.

#### Критерии оценивания

Всего в работе 11 пунктов в 5 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–4	5–6	7–8	9–11
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5

**Повышенный уровень:** 1. 9 руб. 2. а) Железо; б) 2. 3. а)  $1090 \cdot 10^9$  кВт·ч; б) Россия; в) медиана  $1090 \cdot 10^9$  кВт·ч сильно отличается от среднего  $1893,4 \cdot 10^9$  кВт·ч. Страны, где выработка электроэнергии близка к  $1893,4 \cdot 10^9$  кВт·ч, в таблице нет. Среднее слишком большое, потому что на него повлияли две страны с очень высокой выработкой электроэнергии — Китай и США. Годовую выработку электроэнергии типичного крупного производителя электроэнергии лучше характеризует медиана; г) 7847 кВт·ч/чел. — Германия, 10 776 кВт·ч/чел. — Южная Корея. 4. Средняя зарплата стала равна

$$\frac{50 \cdot 72 + 20 - 70 \cdot 2}{48} = 72,5 \text{ тыс. руб.}$$

5. а) Средняя температура в Москве равна  $4^\circ\text{C}$ , дисперсия в Москве равна

$$\frac{1^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + 4^2 + 0^2 + 2^2 + (-1)^2}{7} = 6 \text{ кв. } ^\circ\text{C};$$

б) по свойству дисперсии дисперсия в Москве равна  $6 \cdot 1,8^2 = 19,44$  кв.  $^\circ\text{F}$ . Средняя температура в Чикаго равна  $44^\circ\text{F}$ , дисперсия в Чикаго равна

$$\frac{(-8)^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 8^2 + (-2)^2 + 4^2}{7} = 22 \text{ кв. } ^\circ\text{F}.$$

Дисперсия была меньше в Москве. 6. а) 0,14; б) определим по гистограмме частоту выпадения каждого количества очков и, зная, что всего бросков было 100, найдем количество бросков для каждого результата броска.

Число очков	1	2	3	4	5	6
Частота	0,11	0,14	0,2	0,16	0,21	0,18
Количество бросков	11	14	20	16	21	18

Среднее арифметическое выпавших очков

$$\frac{1 \cdot 11 + 2 \cdot 14 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 16 + 5 \cdot 21 + 6 \cdot 18}{100} = 3,76;$$

в) если выписать все 100 результатов в порядке возрастания, на 50-м и на 51-м месте будут стоять четверки, значит, медиана равна 4. Другое объяснение: очков, не превосходящих четыре, выпало  $11 + 14 + 20 + 16 = 61$ . Очков, не меньших, чем четыре, выпало  $16 + 21 + 18 = 55$ . Оба эти числа больше половины общего числа бросков. Значит, медиана равна 4.

#### Критерии оценивания

Всего в работе 13 пунктов в 6 заданиях. Оценивание рекомендуется произвести согласно таблице.

Количество верно выполненных пунктов	0–5	6–7	8–10	11–13
Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5