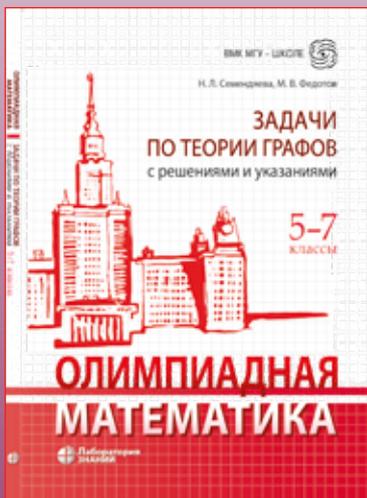


Н. ШИХОВА,  
г. Москва



На книжную полку

# ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ГРАФОВ

Семендяева Н.Л., Федотов М.В. Олимпиадная математика.  
Задачи по теории графов с решениями и указаниями.  
5–7 классы. — М.: Лаборатория знаний, 2022. —  
(Серия «ВМК МГУ — школе»).

В издательстве «Лаборатория знаний» в серии «ВМК МГУ — школе» вышла исключительно полезная книга Н.Л. Семендяевой и М.В. Федотова «Олимпиадная математика. Задачи по теории графов».

Почему исключительно полезная? Да потому что теория графов теперь входит в школьный курс вероятности, с азами этой теории знакомят в 7–8-х классах, а пособий по этой теме пока еще нет, это одна из первых ласточек.

Как видно из названия, в книге собраны задачи, предлагавшиеся школьникам 5–7-х классов на олимпиадах, при этом не предполагалось, что школьники владеют теорией; так что очень уж сложных заданий здесь нет. В книгу вошли именно те разделы теории, которые сейчас вводятся в школьную программу: «Степень вершины», «Связность графов», «Эйлеровы графы», а также цепи, циклы, деревья, плоские и ориентированные графы.

В книге две части.

Первая — теория и задачи. Здесь каждый раздел начинается с кратких теоретических сведений, описания методов решения задач, примеров применения методов, поэтому пособие прекрасно подходит для того, чтобы сформировать умения в элементарной теории графов. После теории собраны задачи, расположенные по нарастающей сложности. Возле каждой задачи отмечен класс, для которого задача рекомендуется, — от 5-го до 7-го. Эти указания подойдут для определения уровня сложности: для 5-го класса попроще, для 7-го посложнее. Сами задачи с теорией занимают не так много места — 36 страниц.

Вторая часть — настоящее сокровище. Она втрое больше первой, здесь собраны указания и решения. Для каждой из задач первой части даются основная идея, указания и полное решение.

Указания — полезные подсказки. Они наводят на решение, но не дают его целиком. Подсказка помогает ученику сдвинуться с мертвой точки и дает шанс самостоятельно продвинуться в решении.

С полным решением полезно познакомиться, даже если ученик решил задачу самостоятельно, — проверить себя и посмотреть на задачу с другой точки зрения.

Ответы к каждой задаче даются отдельно в конце книги. Они позволяют себя проверить, не заглядывая в решение.

Давайте посмотрим, как это все устроено, на примере одной задачи.

**Задача.** В стране Цифра есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться самолетом из города 1 в город 9?

**Идея.** Построить граф авиaperелетов в стране Цифра.

**Указания.** 1. Вершины графа — города, ребра — авиалинии. 2. Выделить в графе два несвязанных подграфа.

**Решение.** Составим граф авиaperелетов в стране Цифра. Вершинам графа соответствуют города, ребрам — авиалинии. Вершина 1 соединена ребрами с вершинами 2, 5 и 8; вершина 2 соединена с вершинами 1, 4 и 7; вершина 3

соединена ребрами с вершинами 6 и 9; вершина 4 соединена ребрами с вершинами 2, 5 и 8 и так далее. Заметим, что если две вершины соединены ребром, то авиaperелеты возможны в двух направлениях. Построенный граф состоит из двух не связанных между собой *подграфов*. Вершины 1 и 9 находятся в разных подграфах, поэтому добраться самолетом из города 1 в город 9 нельзя.

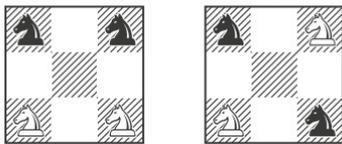
**Ответ:** нет.

Рекомендую книгу учителям, которым предстоит вести курс теории вероятностей в 7–8-х классах. Она полезна и для саморазвития, и как источник задач для уроков.

А еще в этой серии есть другие сборники олимпиадных задач для 5–7-х классов по таким темам: арифметические, на целые числа, логические, с элементами алгебры, комбинаторики и теории вероятностей.

**Задача 13**

**6-7** Можно ли, сделав несколько ходов конями из положения на рисунке слева, расположить их так, как показано на рисунке справа?



**Идея.** Построить граф перемещений фигуры коня на рассматриваемой части шахматной доски.

**Указания.** 1) Пронумеровать клетки шахматной доски. 2) Соединить вершины графа ребрами, принимая во внимание правила игры в шахматы. 3) Расставить на графе фигурки коней в исходном положении и проанализировать возможные маршруты перемещения фигур.

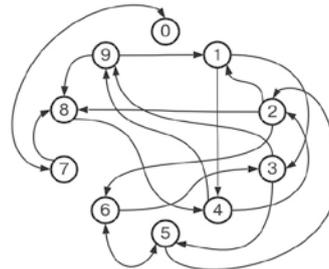
**Решение.** Пронумеруем клетки шахматной доски по схеме, изображенной на рисунке.



**162 Часть II. Указания и решения**

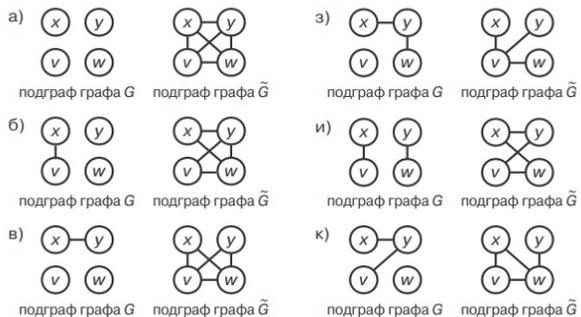
**Указания.** 1) Построить ориентированный граф, содержащий 10 вершин. Соединить две вершины направленным ребром, если число, образованное номерами этих вершин, делится на 7 или на 13. 2) Отыскать в построенном графе простую цепь длины 9; начать построение простой цепи с высшей вершины.

**Решение.** Построим ориентированный граф. Перенумеруем вершины от 0 до 9. Соединим две вершины ребром, если число, составленное из номеров вершин, делится на 7 или на 13. Направление ребра указывает переход от старшего разряда числа к младшему.



**104 Часть II. Указания и решения**

Рассмотрим четыре вершины  $v, w, x, y$ . Переберём для них все допустимые конфигурации ребер графа  $G$ , используя первую часть предположения (рисунки слева), и построим соответствующие им подграфы графа  $\tilde{G}$  (рисунки справа).



**7. Ориентированные графы 159**

Из вершин 4 и 5 можно добраться до вершины B единственным способом.

