

Н. ШИХОВА,
г. Москва



На книжную полку

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ГРАФОВ

Семендяева Н.Л., Федотов М.В. Олимпиадная математика.
Задачи по теории графов с решениями и указаниями.
5–7 классы. — М.: Лаборатория знаний, 2022. —
(Серия «ВМК МГУ — школе»).

В издательстве «Лаборатория знаний» в серии «ВМК МГУ — школе» вышла исключительно полезная книга Н.Л. Семендяевой и М.В. Федотова «Олимпиадная математика. Задачи по теории графов».

Почему исключительно полезная? Да потому что теория графов теперь входит в школьный курс вероятности, с азами этой теории знакомят в 7–8-х классах, а пособий по этой теме пока еще нет, это одна из первых ласточек.

Как видно из названия, в книге собраны задачи, предлагавшиеся школьникам 5–7-х классов на олимпиадах, при этом не предполагалось, что школьники владеют теорией; так что очень уж сложных заданий здесь нет. В книгу вошли именно те разделы теории, которые сейчас вводятся в школьную программу: «Степень вершины», «Связность графов», «Эйлеровы графы», а также цепи, циклы, деревья, плоские и ориентированные графы.

В книге две части.

Первая — теория и задачи. Здесь каждый раздел начинается с кратких теоретических сведений, описания методов решения задач, примеров применения методов, поэтому пособие прекрасно подходит для того, чтобы сформировать умения в элементарной теории графов. После теории собраны задачи, расположенные по нарастающей сложности. Возле каждой задачи отмечен класс, для которого задача рекомендуется, — от 5-го до 7-го. Эти указания подойдут для определения уровня сложности: для 5-го класса попроще, для 7-го посложнее. Сами задачи с теорией занимают не так много места — 36 страниц.

Вторая часть — настоящее сокровище. Она втрое больше первой, здесь собраны указания и решения. Для каждой из задач первой части даются основная идея, указания и полное решение.

Указания — полезные подсказки. Они наводят на решение, но не дают его целиком. Подсказка помогает ученику сдвинуться с мертвой точки и дает шанс самостоятельно продвинуться в решении.

С полным решением полезно познакомиться, даже если ученик решил задачу самостоятельно, — проверить себя и посмотреть на задачу с другой точки зрения.

Ответы к каждой задаче даются отдельно в конце книги. Они позволяют себя проверить, не заглядывая в решение.

Давайте посмотрим, как это все устроено, на примере одной задачи.

Задача. В стране Цифра есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться самолетом из города 1 в город 9?

Идея. Построить граф авиаперелетов в стране Цифра.

Указания. 1. Вершины графа — города, ребра — авиалинии. 2. Выделить в графе два несвязанных подграфа.

Решение. Составим граф авиаперелетов в стране Цифра. Вершинам графа соответствуют города, ребрам — авиалинии. Вершина 1 соединена ребрами с вершинами 2, 5 и 8; вершина 2 соединена с вершинами 1, 4 и 7; вершина 3

соединена ребрами с вершинами 6 и 9; вершина 4 соединена ребрами с вершинами 2, 5 и 8 и так далее. Заметим, что если две вершины соединены ребром, то авиаперелеты возможны в двух направлениях. Построенный граф состоит из двух не связанных между собой *подграфов*. Вершины 1 и 9 находятся в разных подграфах, поэтому добраться самолетом из города 1 в город 9 нельзя.

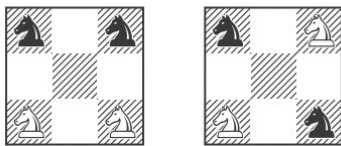
Ответ: нет.

Рекомендую книгу учителям, которым предстоит вести курс теории вероятностей в 7–8-х классах. Она полезна и для саморазвития, и как источник задач для уроков.

А еще в этой серии есть другие сборники олимпиадных задач для 5–7-х классов по таким темам: арифметические, на целые числа, логические, с элементами алгебры, комбинаторики и теории вероятностей.

Задача 13

6-7 Можно ли, сделав несколько ходов конями из положения на рисунке слева, расположить их так, как показано на рисунке справа?



Идея. Построить граф перемещений фигуры коня на рассматриваемой части шахматной доски.

Указания. 1) Пронумеровать клетки шахматной доски. 2) Соединить вершины графа ребрами, принимая во внимание правила игры в шахматы. 3) Расставить на графе фигурки коней в исходном положении и проанализировать возможные маршруты перемещения фигур.

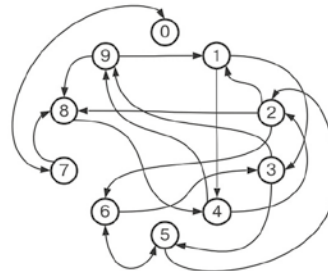
Решение. Пронумеруем клетки шахматной доски по схеме, изображенной на рисунке.



162 Часть II. Указания и решения

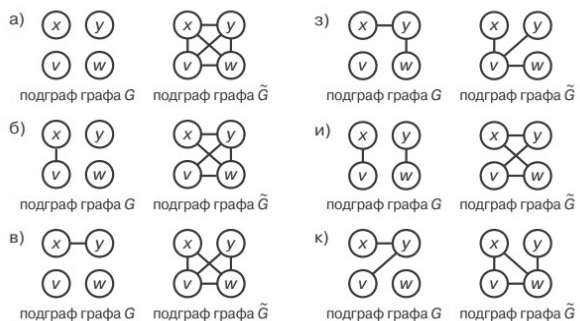
Указания. 1) Построить ориентированный граф, содержащий 10 вершин. Соединить две вершины направленным ребром, если число, образованное номерами этих вершин, делится на 7 или на 13. 2) Отыскать в построенном графе простую цепь длины 9; начать построение простой цепи с вислейей вершины.

Решение. Построим ориентированный граф. Перенумеруем вершины от 0 до 9. Соединим две вершины ребром, если число, составленное из номеров вершин, делится на 7 или на 13. Направление ребра указывает переход от старшего разряда числа к младшему.



104 Часть II. Указания и решения

Рассмотрим четыре вершины v, w, x, y . Переберём для них все допустимые конфигурации ребер графа G , используя первую часть предположения (рисунки слева), и построим соответствующие им подграфы графа \tilde{G} (рисунки справа).



7. Ориентированные графы 159

Из вершин 4 и 5 можно добраться до вершины B единственным способом.

