И. ВЫСОЦКИЙ,
г. Москва

Задача 13

ЗАДАЧИ С УЛИЦЫ

Следите за тузом пик — это знак смерти, а также за тузом треф...
Р.Л. Стивенсон. Клуб самоубийц

Задача о жребии «на туза»

Как найти дилера

Видимо, нет области деятельности, которую хотя бы в каком-нибудь смысле люди или животные не используют для игры. Приспособлений для игр за историю человечества придумано немыслимое количество. В дело идет все от щепочек и речных камешков до суперкомпьютеров.

Одно из древнейших изобретений — игральная кость. Но сегодня речь не о костях, а о картах. Разумеется, первые карты появились там, где появилась первая бумага, — в Древнем Китае, откуда они и приехали в Европу в XIV веке. Как сформировались обозначения и названия мастей, доподлинно неизвестно.

Карточные игры, как и все прочие, в разные времена и в разных культурах подвергались гонениям по совершенно разным и часто взаимоисключающим причинам. Считается, что карточные игры азартные, а азарт[1] — это нехорошо. Но бывают ли неазартные игры? Разве любой спорт не зиждется на азарте? Думаю, что если игра не азартна, то это и не игра вовсе, а неинтересное и скучное занятие. Как бы кто ни относился к карточным играм и пасьянсам, они процветают, и за столетия стали богатой, изощренной и красивой игровой культурой.

Вернемся в недалекие времена, когда карточные игры в европейских странах и в России становятся увлечением аристократии. Именно тогда появляется большинство стандартных игровых процедур и правил, предотвращающих или затрудняющих шулерство.

Вот простая и важная процедура: нужно со всей случайностью выбрать первого дилера, то есть игрока, который в первый раз раздаст карты для игры. Дальше просто: право (или обязанность) раздачи переходит от игрока к игроку по кругу. Вопрос именно в том, кто будет сдавать в первый раз. Обычно бросают жребий с использованием тех же карт.

Один из наиболее популярных способов: колоду тщательно тасуют, а затем один из игроков сдает по одной карте всем по очереди по часовой стрелке, начиная со своего соседа, сидящего по левую руку. Это не игра — это еще жребий. Как только кому-то достался туз, сдача заканчивается: обладатель туза и станет первым дилером. Такой жребий называется «сбросимся на туза» или похожим образом.

Предположим, что в колоде n карт, среди них $a \le n$ тузов, а число игроков равно k. Хорошо, когда k является делителем числа карт n, но это не всегда так. Например, в классическом преферансе может быть три игрока и 32 карты в колоде.

Для проверки и иллюстрации всех наших последующих выкладок будем держать в голове, что в колоде 32 карты, среди них 4 туза, а играют четверо: $n = 32$, $a = 4$ и $k = 4$.

[1] Арабское al-zahr (игральная кость) постепенно преобразовалось во французское и немецкое hasard и английское hazard (опасность, риск).

Есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

Общая задача

Исследуем жребий «на туза» при этих условиях. Пронумеруем игроков числами от 1 до k в том порядке, в котором они получают карты. Ясно, что вероятности событий зависят от числа тузов в колоде. Это число — важный параметр задачи. Используем старый добрый прием: рассмотрим задачу при краевых значениях параметра.

Если туз в колоде один ($a = 1$), то жребий почти честный: вероятности выигрыша всех игроков близки. Чтобы это понять, представим, что игроки получают карты вслепую — поровну или примерно поровну, а уже затем разом открывают их. Туз с почти равными шансами может оказаться у любого из игроков. Шансы будут не совсем равны, если n не делится на k. Тогда $n = kq + r$, где $1 \le r \le n - 1$. В этом случае при сдаче вслепую игроки с номерами от 1 до r получат по $(q + 1)$ карте, а остальные — только q карт. Следовательно, игроки с номерами 1, ..., r имеют вероятность $\frac{q+1}{n}$ выиграть жребий, а у оставшихся вероятность выигрыша равна $\frac{q}{n}$.

Для примера рассмотрим случай $n = 32$, $a = 1$, $k = 3$. Остаток r равен 2: $32 = 3 \cdot 10 + 2$. Поэтому после раздачи вслепую возникнет ситуация как на рисунке 1.

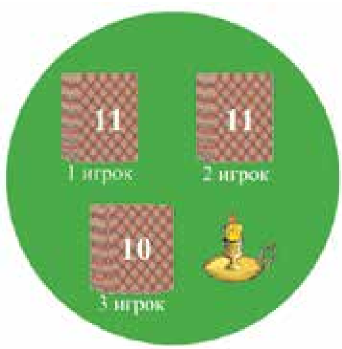


Рис. 1

Первые два игрока имеют вероятности выигрыша $\frac{11}{32}$, а третий — только $\frac{10}{32}$. Разница небольшая, но есть.

Возьмем другую крайность: пусть все карты в колоде — тузы. Тогда первый игрок сразу же получает туза. Он выигрывает с вероятностью 1, а остальные — с вероятностью 0.

Таким образом, возникает гипотеза, что жребий перекошен в пользу первого игрока, и этот перекос растет: чем больше тузов в колоде, тем выше вероятность выигрыша первого. Более того, можно даже предположить, что последовательность вероятностей выигрыша у игроков не возрастает. Если обозначить p_m вероятность события «жребий выиграет игрок с номером m», то эта гипотеза приобретает вид $p_1 \ge p_2 \ge \ldots \ge p_k$. Пока это всего лишь гипотеза. И к тому же, даже если она верна, пока неясно, насколько сильно различаются вероятности.

Задача 1. Какова вероятность того, что первый туз окажется j-й по счету картой?

Пусть X — случайная величина «номер первого туза в последовательности карт». Вероятность $\mathrm{P}(X = j)$ обозначим для краткости s_j. Тогда:

$$s_1 = \mathrm{P}(X=1) = \frac{a}{n},$$

$$s_2 = \frac{n-a}{n} \cdot \frac{a}{n-1} = s_1 \cdot \frac{n-a}{n-1},$$

$$s_3 = \frac{n-a}{n} \cdot \frac{n-a-1}{n-1} \cdot \frac{a}{n-2} = s_2 \cdot \frac{n-a-1}{n-2}$$

и т.д.

Получим:

$$s_j = s_{j-1} \cdot \frac{n-a-(j-2)}{n-(j-1)} = \frac{n-a-j+2}{n-j+1} s_{j-1} \qquad (1)$$

для всех j от 2 до $n - a + 1$. Более того, если учесть, что при $j = n - a + 2$ множитель $\frac{n-a-(j-2)}{n-(j-1)}$ обращается в 0, то можно считать, что формула (1) верна для всех j от 2 до n; члены, начиная с номера $j = n - a + 2$, будут нулевыми.

Поясним сказанное на примере колоды из 32 карт. Вероятности s_j получить первого из четырех тузов j-й картой равны:

$$s_1 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}, \quad s_2 = \frac{28}{32} \cdot \frac{4}{32} = \frac{28}{31} s_1, \quad s_3 = \frac{27}{30} s_2, \quad s_4 = \frac{26}{29} s_3,$$

$$\ldots$$

$$s_{29} = \frac{1}{4} s_{28}, \quad s_{30} = \frac{0}{3} s_{29} = 0,$$

вероятности s_{31} и s_{32} также равны нулю, поскольку $s_{30} = 0$.

Каждое следующее число получается из предыдущего умножением на некоторый множитель. Если бы множитель был постоянным, вероятности s_j образовали бы геометрическую прогрессию. Но, увы, множитель не постоянный. Он представляет собой дробь, у которой числитель и знаменатель каждый раз меняются. Это какая-то сверх-, или супер-, или даже гипергеометрическая прогрессия. Термин «гипергеометрический» предложил в 1655 году Джон Уоллис[2], изучая ряд с общим членом $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot (2n)}$, или $\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}$, как записали бы мы теперь.

[2] John Wallis (1616–1703) — один из первопроходцев в области, которую мы сейчас называем математическим анализом. Известен еще и тем, что предложил символ бесконечности.

Для s_j можно получить явное выражение. Из (1) находим:

$$s_j = \frac{n-a-j+2}{n-j+1} s_{j-1} = \frac{n-a-j+2}{n-j+1} \cdot \frac{n-a-j+3}{n-j+2} s_{j-2} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{n-a-j+2}{n-j+1} \cdot \frac{n-a-j+3}{n-j+2} \cdot \ldots \cdot \frac{n-a}{n-1} s_1 =$$

$$= \frac{(n-a)! \cdot (n-j)!}{(n-a-j+1)! \cdot (n-1)!} \cdot \frac{a}{n}.$$

Громоздко. Догадаемся умножить и разделить дробь на $(a-1)!$:

$$s_j = \frac{(n-j)!}{(n-a-j+1)!(a-1)!} \cdot \frac{(n-a)!a!}{n!} = \frac{C_{n-j}^{a-1}}{C_n^a}. \qquad (2)$$

Равенство (2) можно получить быстро из других соображений. Чтобы первый туз был j-й картой, нужны два события.

1. Чтобы j-я карта оказалась тузом. Вероятность этого $\frac{a}{n}$.

2. При этом условии нужно, чтобы первые $(j-1)$ карт тузами не были. Условная вероятность этого $\frac{C_{n-a}^{j-1}}{C_{n-1}^{j-1}}$, поскольку осталось $(n-1)$ карт, и потому число равновозможных выборок объема $(j-1)$ равно C_{n-1}^{j-1}, из которых C_{n-a}^{j-1} не содержат тузов.

Перемножив эти вероятности и выполнив естественные преобразования, получаем (2).

Пора перейти к вычислениям. Для подсчетов рекуррентная формула (1) удобнее, чем формула (2). Вычисление в MS Excel показано на рисунке 2.

Задача 2. С какой вероятностью жребий выпадает на каждого из игроков?

Первому игроку достанется честь быть дилером, только если первый туз окажется в колоде по счету 1-й картой, $(k+1)$-й картой, $(2k+1)$-й картой и т.д. Поэтому ответ на вопрос задачи дает сумма

$$p_1 = \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{k}} s_{ik+1} = \frac{1}{C_{n-1}^a} \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{k}} C_{n-ik-1}^{a-1},$$

упростить которую алгебраически, видимо, не представляется возможным. Ясно, как эта формула обобщается на произвольного участника с номером $m = 1, 2, \ldots, k$:

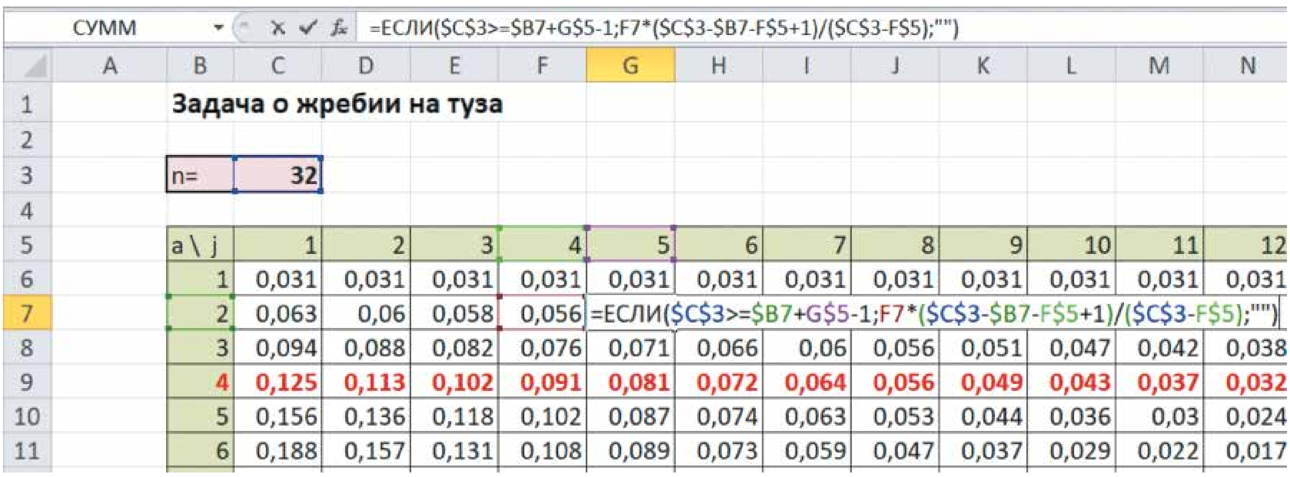
$$p_m = \sum_{i=0}^{\frac{n-m}{k}} s_{ik+m} = \frac{1}{C_n^a} \sum_{i=0}^{\frac{n-m}{k}} C_{n-ik-m}^{a-1}. \qquad (3)$$

Посмотрим, как устроено это суммирование в треугольнике Паскаля. Обведем число C_n^a прямоугольником и выделим в $(a-1)$-м столбце $(n-1)$ чисел сверху. Теперь возьмем в выделенной полосе m-е число снизу и каждое k-е число за ним по направлению вверх. Все эти числа обведем овалами. Числа в овалах сложим и сумму разделим на число в прямоугольнике. На рисунке 3 (на следующей странице внизу) показан пример для $n = 15$, $a = 4$, $k = 3$, $m = 2$. Вероятность того, что первый из четырех тузов достанется второму игроку из трех, равна

$$p_2 = \frac{1}{C_{15}^4}\left(C_{13}^3 + C_9^3 + C_5^3\right) = \frac{286+120+35+4}{1365} = \frac{89}{273} \approx 0{,}326.$$

Ради снижения вычислительной сложности пойдем другим путем. Добавим к обозначению p_m еще один индекс в скобках, маркирующий число карт в колоде n. Получится $p_{m,(n)}$.

Первый игрок может стать дилером сразу. Вероятность этого равна $s_1 = \frac{a}{n}$. Если этого не случилось, то в колоде осталось $(n-1)$ карт, а очередь до первого игрока дойдет только через круг (если жребий не закончится прежде), то есть первый игрок стал k-м.



СУММ =ЕСЛИ($C$3>=$B7+G$5-1;F7*($C$3-$B7-F$5+1)/($C$3-F$5);"")

Задача о жребии на туза

n= 32

a \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031
2	0,063	0,06	0,058	0,056	=ЕСЛИ($C$3>=$B7+G$5-1;F7*($C$3-$B7-F$5+1)/($C$3-F$5);"")							
3	0,094	0,088	0,082	0,076	0,071	0,066	0,06	0,056	0,051	0,047	0,042	0,038
4	0,125	0,113	0,102	0,091	0,081	0,072	0,064	0,056	0,049	0,043	0,037	0,032
5	0,156	0,136	0,118	0,102	0,087	0,074	0,063	0,053	0,044	0,036	0,03	0,024
6	0,188	0,157	0,131	0,108	0,089	0,073	0,059	0,047	0,037	0,029	0,022	0,017

Рис. 2. Из обычной колоды в 32 карты первый туз появится шестой по счету картой с вероятностью 0,072

Получаем рекурсию:

$$p_{1,(n)} = \frac{a}{n} + \left(1 - \frac{a}{n}\right) p_{k,(n-1)}. \qquad (4)$$

Немного модифицированное рассуждение годится для других игроков. Чтобы туза получил m-й игрок, нужно, чтобы первый игрок не получил туза (вероятность этого $\left(1-\frac{a}{n}\right)$). При этом условии m-й игрок становится $(m-1)$-м, и потому

$$p_{m,(n)} = \left(1 - \frac{a}{n}\right) p_{m-1,(n-1)}. \qquad (5)$$

Для начала рекурсии по формулам (4) и (5) следует положить $p_{1,(a)} = 1$ и $p_{k,(a)} = 0$ при $k > 1$ (если в колоде все карты тузы, то туза получит обязательно первый). На рисунке 4 показан расчет в MS Excel.

C8 = $C$4/B8+(1-$C$4/B8)*СМЕЩ(B7;0;$C$3)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Жребий "на туза". Задача 2						
2								
3		k=	4					
4		a=	4					
5								
6		n \ m	1	2	3	4	5	
33		30	0,3045	0,2656	0,2307	0,1992		
34		31	0,3026	0,2652	0,2314	0,2009		
35		32	0,3008	0,2647	0,232	0,2024		
36		33	0,2991	0,2643	0,2326	0,2039		

Рис. 4. Выделены вероятности того, что жребий будет выигран каждым из четырех игроков при раздаче обычной колоды в 32 карты

Чтобы обеспечить смещение в формуле (4) (переход от $p_{1,(n)}$ к $p_{k,(n-1)}$), применяется функция СМЕЩ, а функция ЕСЛИ использована для того, чтобы отсечь вычисления для несуществующих игроков с номерами больше k.

Изучая таблицу на рисунке 4, мы видим, что предчувствия нас не обманули: последовательность вероятностей выигрыша игроков не возрастает, а при нескольких тузах в колоде ($a \geq 2$) монотонно убывает. Осталось доказать этот не самый удивительный факт.

Задача 3. Доказать, что $p_{m+1} < p_m$ при $a \geq 2$ и $1 \leq m \leq n - 1$.

Доказательство базируется на соотношениях (3) и (1) и не содержит ни идейных, ни технических сложностей. Оставим его читателю в качестве упражнения (см. задачу 4 в конце статьи).

Как видим, жребий «на туза» честностью не отличается. Можно пойти путем Председателя из романа Стивенсона и сдавать карты не до первого туза, а, например, до туза пик. И даже в этом случае, как мы знаем, равновероятность будет не всегда, а только если число карт кратно числу игроков. Самый простой способ обеспечить честный жребий — раздать всем всего лишь по одной карте из перетасованной колоды. Тот, чья карта старше прочих[3], будет дилером. Впрочем, почему обязательно дилером? Может быть, жребий бросался совсем с другой целью. Например, кому сегодня мыть посуду...

Обобщение на выбор нескольких игроков

Вдруг по какой-то причине нужно выбрать двух или трех игроков? Тогда после того, как первый туз кому-то выпал, раздача карт продолжается. Ясно, как найти вероятность $s_{(2),j}$ события «второй туз окажется по счету j-й картой». Рассуждение здесь такое же, как при выводе формулы:

$$s_{(2),j} = \frac{a(a-1)C_{n-a}^{j-2}}{nC_{n-1}^{j-1}} = \frac{(j-1)C_{n-j}^{a-2}}{C_n^a}.$$

Ясно, как найти вероятность $s_{i,j}$ события «первые два туза окажутся i-й и j-й картами»:

$$s_{i,j} = \frac{a(a-1)C_{n-a}^{j-2}}{n(n-1)C_{n-2}^{j-2}} = \frac{C_{n-j}^{a-2}}{C_n^a}. \qquad (6)$$

[3] Чтобы сравнить карты одного достоинства, используют старшинство мастей. Обычно оно выглядит так: пики, трефы, бубны, червы. Например, девятка бубен старше девятки треф, но младше девятки черв.

стр\столб	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1											
1	1	1										
2	1	2	1									
3	1	3	3	1								
4	1	4	6	4	1							
5	1	5	10	10	5	1						
6	1	6	15	20	15	6	1					
7	1	7	21	35	35	21	7	1				
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1			
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364
15	1	15	105	455	$\boxed{1365}$	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368

Рис. 3

Круг раздачи, когда игрок l получил второго туза	1	2	3	...	$q=\left[\frac{n-l-a+2}{k}\right]+1$
Круг, когда игрок m получил первого туза	1	1 или 2	1, 2 или 3	...	1, 2, ..., q
Вероятность (из (6))	$\frac{C_{n-l}^{a-2}}{C_n^a}$	$\frac{2C_{n-l-k}^{a-2}}{C_n^a}$	$\frac{3C_{n-l-2k}^{a-2}}{C_n^a}$	...	$\frac{qC_{n-l-(q-1)k}^{a-2}}{C_n^a}$

Обе эти задачи легко обобщаются. Вероятность $s_{(b),j}$ события «b-й по счету туз окажется j-й картой в колоде» ($b \le a$) равна

$$s_{(b),j} = \frac{aC_{a-1}^{b-1}C_{n-a}^{j-b}}{nC_{n-1}^{j-1}} = \frac{C_{n-j}^{a-b}C_{j-1}^{b-1}}{C_n^a}, \tag{7}$$

а вероятность $s_{i_1,i_2,\dots,i_{b-1},j}$ события «первые b тузов окажутся на позициях i_1, i_2, ..., i_{b-1}, j», где $i_1 < i_2 < \dots < j$, равна

$$s_{j_1,j_2,\dots,j_b} = \frac{C_a^bC_{n-a}^{j-b}}{C_n^bC_{n-b}^{j-b}} = \frac{C_{n-j}^{a-b}}{C_n^a}. \tag{8}$$

Выражение (8) не зависит от чисел i_1, i_2, ..., i_{b-1}, то есть от позиций первых ($b - 1$) тузов. Общее между рассмотренными событиями в том, что b-й туз является j-й картой, а разница состоит в том, что во втором случае позиции предыдущих ($b - 1$) тузов фиксированны, а в первом — нет. Расчет по формулам (7) и (8) приготовлен на странице «Обобщение» в приложенной электронной таблице (рис. 5).

Для выражений вида $\frac{C_x^yC_{X-x}^{Y-y}}{C_X^Y}$ применяется функция ГИПЕРГЕОМ.РАСП (y; Y; x; X; 0), которая вычисляет вероятности в гипергеометрическом распределении. Мы теперь даже знаем, откуда происходит название «гипергеометрическое».

Займемся другим вопросом.

Задача 4. Какова вероятность $p_{m,l}$ того, что два первых туза попадут игрокам с номерами m и l? Здесь $1 \le m \le l \le k$.

Рассмотрим случай $m < l$, то есть случай, когда первого туза получает игрок с меньшим номером. Игроку l второй туз может достаться на первом круге раздачи, тогда игроку m первый туз достается тоже на первом круге. Вероятность этого равна вероятности того, что первые два туза занимают позиции m и l в колоде. По формуле (6) или (8) при $b = 2$ получаем:

$$s_{m,l} = \frac{C_{n-l}^{a-2}}{C_n^a}.$$

Если игроку l второй туз достается на втором круге, то игрок m имеет уже две возможности: получить туза на первом круге или на втором. Это происходит, если первый и второй тузы занимают в колоде места m и ($l + k$) или ($m + k$) и ($l + k$). Вероятность этого

$$s_{m,l+k} + s_{m+k,l+k} = 2\frac{C_{n-l-k}^{a-2}}{C_n^a}.$$

И так далее до тех пор, пока нижний индекс у числа сочетаний в числителе не станет меньше, чем верхний. Для простоты соберем все наблюдения в таблицу (вверху страницы).

Поскольку все эти события несовместны, сложим вероятности:

$$p_{m,l} = \frac{C_{n-l}^{a-2}}{C_n^a} + \frac{2C_{n-l-k}^{a-2}}{C_n^a} + \dots + \frac{qC_{n-l-(q-1)k}^{a-2}}{C_n^a} = \frac{1}{C_n^a}\sum_{i=0}^{q} iC_{n-l-(i-1)k}^{a-2}. \tag{9}$$

Остался случай, когда $m \ge l$. Отличие от (9) только в том, что все коэффициенты меньше на

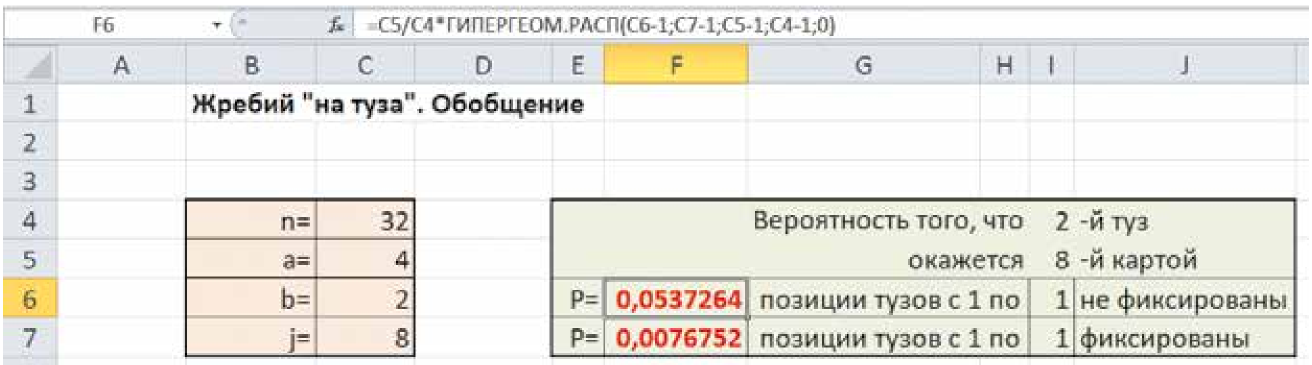


Рис. 5. Вероятности событий «второй туз является 8-й картой» и «первые два туза являются 5-й (например) и 8-й картами». В колоде 32 карты, из них 4 туза

единицу, поскольку в этом случае оба туза не могут быть вручены на одном и том же круге:

$$p_{m,l}=\frac{C_{n-l-k}^{a-2}}{C_n^a}+\frac{2C_{n-l-2k}^{a-2}}{C_n^a}+\ldots+\frac{(q-1)C_{n-l-2k}^{a-2}}{C_n^a}=$$

$$=\frac{1}{C_n^a}\sum_{i=0}^{q}(i-1)C_{n-l-(i-1)k}^{a-2}. \qquad (9^*)$$

Пример. Пусть имеется обычная колода и четыре игрока. Найдем вероятность того, что при раздаче первый туз окажется у 2-го игрока, а второй — у 4-го.

Решение. В электронной таблице организовано вычисление по формулам (9) и (9*) (рис. 6).

Результат в ячейке C11 получается с помощью функции СУММПРОИЗВ.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какова вероятность того, что в перетасованной колоде из 36 карт первый валет окажется шестой картой?

2. Какова вероятность того, что при сдаче по кругу пяти игрокам колоды из 36 карт первый туз достанется третьему игроку?

3. Колоду сдают «на туза» четырем игрокам. В колоде 32 карты. Во сколько раз вероятность выигрыша первого игрока больше, чем вероятность выигрыша последнего?

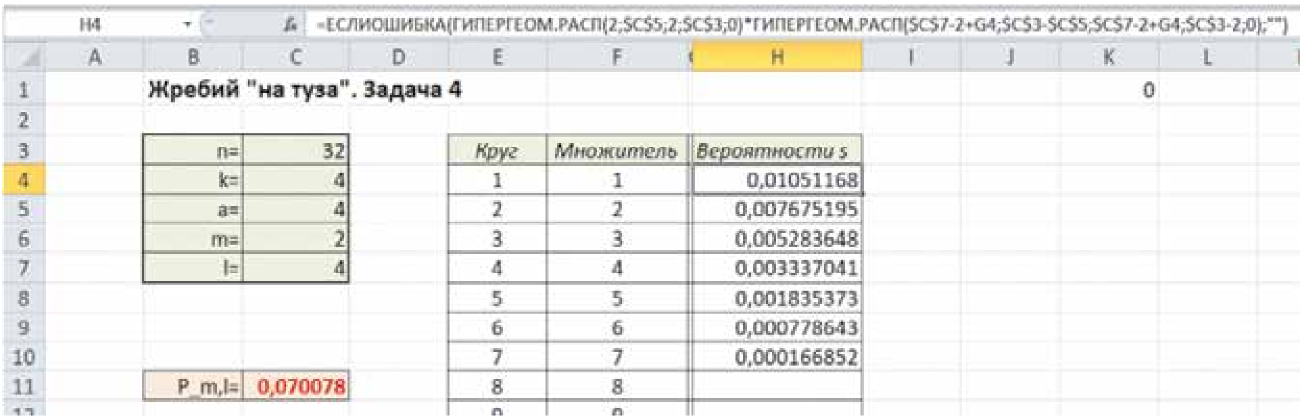
4. Докажите, что $p_{m+1} < p_m$ при $a \ge 2$ и $1 \le m \le n-1$.

5. Выведите равенства (7) и (8).

6. Докажите, что

$$p_{m,(n)}=\frac{C_{n-a}^{m-1}}{C_n^{m-1}}\,p_{1,(n-m+1)}.$$

7. Найдите вероятность того, что при раскладке пасьянсной тасованной колоды (52 карты) в четыре стопки (карты кладутся в стопки по очереди: 1-я, 2-я, 3-я, 4-я, 1-я, ...) два первых туза окажутся в третьей стопке.


H4 =ЕСЛИОШИБКА(ГИПЕРГЕОМ.РАСП(2;$C$5;2;$C$3;0)*ГИПЕРГЕОМ.РАСП($C$7-2+G4;$C$3-$C$5;$C$7-2+G4;$C$3-2;0);"")

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1		Жребий "на туза". Задача 4								0	
2											
3		n=	32		Круг	Множитель	Вероятности s				
4		k=	4		1	1	0,01051168				
5		a=	4		2	2	0,007675195				
6		m=	2		3	3	0,005283648				
7		l=	4		4	4	0,003337041				
8					5	5	0,001835373				
9					6	6	0,000778643				
10					7	7	0,000166852				
11		P_m,l=	0,070078		8	8					

Рис. 6

КАК СТАТЬ АВТОРОМ ЖУРНАЛА «МАТЕМАТИКА»?

Сделать это несложно: надо лишь написать статью и прислать ее в редакцию журнала. И еще одно условие — она должна быть интересна и полезна вашим коллегам. Требования к оформлению статьи:

- Материал должен быть напечатан на компьютере или на пишущей машинке.

- Рисунки должны быть четкими, аккуратными, выполненными на белой нелинованной или клетчатой бумаге с помощью чертежных инструментов. Если вы хорошо владеете компьютером, можете воспользоваться для этого программой Corel Draw.

- Рисунки надо пронумеровать, нумерация должна соответствовать их нумерации в тексте.

- Фотографии должны быть цветными. Формат фотографий, отпечатанных на бумаге, не менее 10 × 15 см. Размер цифровых фотографий не менее 800 × 600 пикселей, формат JPG, качество, используемое при сохранении JPG-файлов, высокое (high).

Прислать статью можно по почте или по электронной почте. Всю необходимую для этого информацию вы найдете на странице 2 журнала.