Глава V. Случайные события и вероятность

20. Случайные события

О некоторых событиях мы можем твердо сказать, что они произойдут. В наступлении других событий мы не так уверены. Например, в самый жаркий и солнечный летний день мы твердо знаем, что лето кончится, наступит осень, а затем зима. Но невозможно сказать заранее, будет эта зима теплой или холодной.

Мы также не можем предвидеть, будет ли следующий год влажным или засушливым, урожайным или нет, хотя все эти события влияют на нашу жизнь. В неурожайный год дорожает хлеб, предприятия сельского хозяйства несут убытки, а некоторые из них могут разориться. Урожайный год тоже лучше бы предвидеть (хотя бы затем, чтобы приготовить хранилища для зерна).

Нельзя предвидеть многие события даже недалекого будущего. Например, летом при некоторых состояниях атмосферы гро́зы становятся частыми. Но и тогда нельзя предвидеть утром, будет ли гроза днем. Можно лишь говорить о шансах этого события. В прогнозах погоды эти шансы стараются учесть. Там можно встретить выражения вроде «дождь сегодня маловероятен», «вероятность дождя 10 %», «к вечеру возможно усиление ветра» и т. п.

Для нефтедобывающих стран, к которым относится Россия, важны международные цены на нефть. Безошибочно предвидеть эти цены не удается, хотя многие стараются это сделать. При составлении бюджета государства на следующий год важно знать, превысит ли средняя цена на нефть некоторый уровень или нет. Если превысит, то в бюджете можно предусмотреть определенные траты, а если нет — то нельзя. Например, бюджет России на 2004 г. был составлен, исходя из предположения, что средняя цена окажется не меньше 22 долларов за ***баррель***. (Баррель — от «бочка» — единица объема, принятая для нефти; примерно 159 литров.) Предполагается, что с большой вероятностью реальная цена окажется выше этой.

Перед началом футбольного чемпионата мы не можем с полной уверенностью назвать ни победителя, ни призеров. Мы можем обсуждать шансы различных команд, говорить об их вероятностях на победу, но лишь по окончании чемпионата станет ясно, кто и какое место в нем занял.

Все упомянутые выше события — ***случайные***.

cyan c. 75magenta c. 75yellow c. 75black c. 75

Определение. Мы называем событие ***случайным***, если нельзя утверждать, что это событие в данных обстоятельствах непременно произойдет.

Примеры случайных событий можно приводить и описывать бесконечно. Невозможно предсказать длительность начавшегося или будущего телефонного разговора; нельзя знать, сколько ошибок сделает школьник в предстоящей контрольной работе. При бросании игральной кости невозможно предсказать, какая из шести граней выпадет. Невозможно предвидеть число крупных пожаров в городе на будущей неделе, число землетрясений в будущем году. Невозможно предвидеть, на какой билет лотереи выпадет главный выигрыш, и множество иных событий.

В этом пункте мы рассказали о том, что такое случайные события.

Вопросы

1. Какие события мы называем случайными?
2. Является ли случайным событие «Меня завтра спросят на уроке»?
3. Является ли случайным событие «Летом у меня будут каникулы»?
4. Является ли случайным событие «Мне сегодня встретится черная кошка»?
5. Вообразите, что вы отправились на рыбную ловлю. Какие случайные события могут произойти при этом?
6. Приведите примеры случайных событий из вашей школьной жизни.

21. Вероятности и частоты

О случайном событии мы не можем сказать заранее, произойдет оно или нет. Но мы можем говорить о шансах наступления этого события.

Например, обсуждая будущую встречу футбольных команд А и Б, кто-то может сказать, что их шансы на победу относятся как 1 к 2. Всем при этом будет понятно, что этот человек считает победу команды Б вдвое более вероятной, чем победу команды А. В подтверждение своего мнения он скажет, что команды А и Б встречались много раз и при этом команда А победила приблизительно в одном матче из трех, а команда Б — в двух матчах из трех. Поэтому он и говорит, что вероятность события «А победит Б» равна $\frac{1}{3}$, а вероятность события «Б победит А» равна $\frac{2}{3}$. (В этом рассуждении мы не учитывали ничьи.)

cyan c. 76magenta c. 76yellow c. 76black c. 76

21. Вероятности и частоты

При бросании игральной кости шансы выпадения единицы такие же, как выпадения двойки. А шансы выкинуть или не выкинуть шестерку относятся как 1 к 5.

Некоторые случайные события происходят очень редко. Поэтому мало шансов, что они произойдут. Маловероятно, например, что 31 января будет гроза или что на купленный Иваном Ивановичем лотерейный билет выпадет крупный выигрыш.

Другие случайные события происходят очень часто, почти всегда. Таким, например, является событие «31 января грозы не будет», которое противоположно событию «31 января будет гроза».

В теории вероятностей шансы того, что случайное событие произойдет, выражают числом. Это число называют ***вероятностью случайного события***. Если событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной 0. Такое событие называют ***невозможным***. Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной 1. Такое событие называют ***достоверным***. Вероятности остальных событий — это числа между 0 и 1.

Таким образом, **вероятность случайного события** — это числовая мера его правдоподобия.

Иногда вероятности событий можно рассчитать математически, а иногда приходится приближенно узнавать их из экспериментов.

Всякое случайное событие связано с определенными условиями. Вне этих условий это событие вообще невозможно. Например, о шансах спортивных команд на победу можно говорить, только если эти команды могут встретиться и сыграть. О вероятности выпадения числа на игральной кости можно говорить, только если эту кость бросают.

Если мы создаем такие условия, мы тем самым производим некоторый ***случайный эксперимент***, или ***опыт***. Повторяя этот опыт много раз, мы увидим, сколько раз интересующее нас событие происходит, а сколько раз — не происходит.

Пусть, например, мы провели опыт 100 раз и некоторое событие C произошло в этих опытах 45 раз. Отношение числа тех опытов, в которых событие C произошло, к общему числу проведенных опытов равно в данном случае

$$\frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45.$$

Число 0,45 называется ***частотой*** события C.

cyan c. 77magenta c. 77yellow c. 77black c. 77

Определение. Отношение числа тех опытов, в которых событие *C* произошло, к общему числу проведенных опытов называется ***частотой случайного события*** *C* в этой серии опытов.

Например, если событие не наступило ни разу, то его частота равна 0. Если событие наступало каждый раз, то его частота равна 1.

Вероятности и частоты связаны. Если опыт повторять достаточно много раз, то **частота события будет близка к его вероятности.**

Этот факт связывает теорию вероятностей с нашей практикой. Он позволяет находить вероятности из опыта и предсказывать частоты наступления событий по их вероятностям.

Если вероятность события мала (например, 0,01), то событие будет наступать редко и его частота будет мала. Такие события называют ***маловероятными***. В практических ситуациях, когда опыт проводят один раз, маловероятные события считают невозможными. Например, можно выиграть в лотерее большие деньги и жить безбедно, не учась и не работая. Но вероятность этого события настолько мала, что разумные люди на это не рассчитывают.

Однако, пренебрегая маловероятными событиями, надо учитывать возможные последствия. Вероятность попасть под машину, перебегая через улицу, невысока, но последствия этого события таковы, что относится к нему как к невозможному не следует. Поэтому перебегать через улицу нельзя!

Здесь речь шла о том, что такое вероятность и что такое частота. Мы узнали, что вероятности и частоты близки друг к другу, если один и тот же опыт повторять много раз.

Вопросы

1. Что такое частота случайного события? Как частота связана с вероятностью?
2. Какие значения может принимать вероятность случайного события?
3. Какие события называют достоверными? Чему равна вероятность достоверных событий?
4. Какие события называют невозможными? Чему равна вероятность невозможного события?
5. Приведите примеры невозможных и достоверных случайных событий.
6. Приведите примеры маловероятных событий. Обсудите, какими из них можно, а какими нельзя пренебрегать в одном испытании.

cyan c. 78magenta c. 78yellow c. 78black c. 78

Упражнения

1. Укажите, какие из перечисленных событий, по вашему мнению, являются достоверными, а какие — невозможными:

а) монета, брошенная на гладкую жесткую поверхность, встала на ребро;

б) на игральном кубике кости выпало 7 очков;

в) на игральном кубике выпало от одного до шести очков;

г) номер открытой страницы в книге — дробное число;

д) номер открытой страницы в книге не меньше 1;

е) 1 января в школе не будет уроков.

2. Являются ли достоверными события:

а) на игральной кости выпало четное число очков;

б) на игральной кости выпало целое число очков?

3. Какова, по вашему мнению, вероятность события:

а) завтра на улице вам встретится Баба-Яга;

б) число дней в следующем месяце не превысит 31;

в) в вашей ванне поселится красный крокодил в синюю полоску;

г) на морозе вода в стакане через некоторое время замерзнет;

д) сборная вашего класса выиграет в футбол у «Спартака».

22. Монета и игральная кость в теории вероятностей

Многие важные и нужные факты первоначально были получены с помощью очень простых опытов. Большую роль в развитии теории вероятностей как науки сыграли обычные монеты и игральные кубики.

Симметричная монета

Математическая монета, используемая в теории вероятностей, лишена многих качеств настоящей монеты. У математической монеты нет цвета, размера, веса и достоинства. Она не сделана ни из какого материала и не может служить платежным средством.

Монета с точки зрения теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых называется «орел», а другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх. Никакие другие свойства математической монете не присущи.

Название «орел» для обратной стороны (реверса) монеты происходит оттого, что на реверсе российских монет изображен герб Российского государства — двуглавый орел. Впервые орел на монетах появился при великом князе Иване III.

cyan c. 79magenta c. 79yellow c. 79black c. 79

А название «решка» для лицевой стороны (аверса) монеты возникло потому, что рисунок на аверсе российских монет в XVIII—XIX вв. напоминал решетку, на фоне которой был написан номинал монеты (ее достоинство).

Математическая монета считается ***симметричной***. Это означает, что **брошенная на стол монета имеет равные шансы выпасть «орлом» или «решкой»**. При этом подразумевается, что никакой другой исход бросания монеты невозможен, — она не может потеряться, закатившись в угол, и, тем более, не может «встать на ребро».

Настоящая металлическая монета служит лишь иллюстрацией для математической монеты. Настоящая монета может быть немного вогнутой, может иметь другие дефекты, которые влияют на результаты бросания. Тем не менее, чтобы проверить на практике опыты с бросанием математической монеты, мы бросали, бросаем и будем бросать обычную монету (без явных дефектов).

Рис. 1. Российский ефимок 1654 г.

Рис. 2. Реверс монеты образца 1992 г.

Монета часто помогала людям в сложной ситуации сделать выбор, положившись на судьбу. В пьесе А. Н. Островского «Бесприданница» есть эпизод, когда купцы Кнуров и Вожеватов с помощью игры в орлянку решают, кому достанется Лариса:

ВОЖЕВАТОВ. Да вот, лучше всего. *(Вынимает из кармана монету и кладет под руку.)* Орел или решетка?

КНУРОВ *(в раздумье)*. Если скажу: орел, так проиграю; орел, конечно, вы. *(Решительно.)* Решетка.

ВОЖЕВАТОВ *(поднимая руку)*. Ваше. Значит, мне одному в Париж ехать. Я не в убытке; расходов меньше.

И до сих пор монета часто используется как средство решения споров. В начале футбольного матча арбитр бросает монету, чтобы решить, какая из команд получит право начать игру.

cyan c. 80magenta c. 80yellow c. 80black c. 80

22. Монета и игральная кость в теории вероятностей

Игральные кости в теории вероятностей

Игральный кубик или ***игральная кость*** также служит прекрасным средством для получения случайных событий. Игральная кость имеет удивительную историю. Игра в кости — одна из древнейших. Она была известна в глубокой древности в Индии, Китае, Лидии, Египте, Греции и Риме.

Игральные кости в виде кубиков находили в Египте (XX в. до н. э.) и в Китае (VI в. до н. э.) при раскопках древних захоронений. Точки на гранях древнеегипетских костей часто изображались в виде птичьего глаза.

Правильные (симметричные) кости обеспечивают одинаковые шансы выпадения каждой грани. Для этого все грани должны иметь одинаковую площадь, быть плоскими и одинаково гладкими. Вершины и рёбра кубиков должны иметь правильную форму. Если они скруглены, то все скругления должны быть одинаковыми. Отверстия, маркирующие очки на гранях, должны быть просверлены на одинаковую глубину. Сумма очков на противоположных гранях правильной кости равна 7.

Математическая игральная кость, которая обсуждается в теории вероятностей, — это математический образ правильной кости. Выпадения всех граней равновозможны. Подобно математической монете, математическая кость не имеет ни цвета, ни размера, ни веса, ни иных материальных качеств.

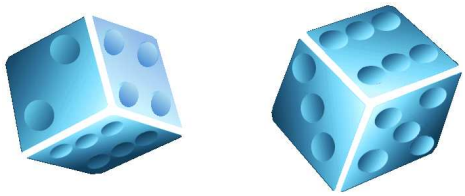


Рис. 3. Игральные кости

Игры в кости у разных народов мира

Об играх с костями животных (игры в «лодыжки», «костыги», «козули») у славян и на языческой Руси свидетельствуют многочисленные археологические находки на обширной территории. Отсюда и русское название игрального кубика — кость.

В острогах заключенные играли парой костяных кубиков с очками на гранях, называя их «быками». Выражение «быков гонять» до сих пор означает игру в кости.

cyan c. 81magenta c. 81yellow c. 81black c. 81

Рис. 4. «Антистрессовая кость». На ее гранях по-английски написано «завтра», «может быть», «сделай перерыв» и т. п.

Рис. 5. Игральная кость, найденная при раскопках в Великом Новгороде

Ранние упоминания о костях в древнеиндийской поэзии отражают популярность игры в кости в Древней Индии. «Гимн игрока» — первый литературный текст, упоминающий кости, — изображает их как враждебную человеку магическую стихию:

Ведь кости усеяны колючками и крючками,
Они порабощают, они мучают, испепеляют,
Одаряют, как ребёнок, победителя они вновь лишают победы.
Неудачливый игрок пытается заклясть кости, заключает с ними мир:
Заключите с нами дружбу! Помилуйте нас!

В Древней Греции считалось, что игральные кости придумал Паламед во время Троянской войны. Но по версии философа Геродота, кости изобрели

cyan c. 82magenta c. 82yellow c. 82black c. 82

лидийцы, населявшие Малую Азию, чтобы отвлечься от голода, болезней или других напастей.

В Древнем Риме кости, вероятно пришедшие из Древней Греции, быстро приобрели популярность. В кости играли все, от рабов до императоров. Император Клавдий даже написал книгу по игре в кости. В III в. до н. э. в Риме игра в кости была запрещена и разрешалась лишь во время ежегодного празднования Сатурналий.

Запреты на игру в кости

Азартные игры в кости запрещали не только в Древнем Риме. В Древнем Китае за игру в кости можно было попасть на каторгу.

С появлением христианства кости время от времени запрещались в разных странах, поскольку, по мнению духовенства, игра эта была порождением дьявола. Человек, играющей в кости, при этом якобы становился слугой дьявола, распространяя зло.

В другое время кости были разрешены, и игра в них даже поощрялась, при этом каждому сочетанию очков приписывалось некоторое божественное значение. Считалось, что игра в кости позволяет благочестивому человеку выявить свои христианские добродетели. Очевидно, такие крайности в отношении азартных игр свидетельствуют о том, что изжить их церковь не могла, но иногда пыталась использовать страсть к игре в своих целях.

В 1188 г. английский король Генрих II запретил играть в кости крестоносцам.

Многочисленные королевские указы в XIII—XIV вв. запрещают игру в кости во Франции. Надо полагать, запреты эти оказались безрезультатными, поскольку королевским указом от 1396 г. запрещаются уже не сами кости, а изготовление и применение поддельных костей.

Поддельные кости

Игра в кости в самых разных проявлениях намного древнее всех прочих игр. Поэтому и жулики (шулеры), нечестным способом выигрывающие в кости, появились намного раньше карточных шулеров. Археологи находят в раскопах Древнего Китая, Греции и Рима игральные кости, у которых нарушена симметрия.

Все рассуждения о равных вероятностях выпадения различных комбинаций справедливы, если кость имеет кубическую форму и ее центр тяжести совпадает с геометрическим центром. Изменение формы или смещение центра тяжести меняет свойства кости. Кости неправильной формы — самый обычный

cyan c. 83magenta c. 83yellow c. 83black c. 83

тип шулерских костей. Иногда в кости вплавляют свинцовые шарики, в них делают замаскированные пустоты, каналы, по которым переливается ртуть.

Нарушить равновозможность выпадения граней можно, сделав некоторые грани чуть выпуклыми, а другие — чуть вогнутыми. Достаточно сделать одни из граней более гладкими, чем другие. Все эти способы предназначены для изменения вероятностей выпадения очков.

Есть еще способ плутовства — нарушение разметки костей. Если сумма очков на противоположных гранях не равна 7, то искусный мошенник, определенным образом бросая кости, может добиться, что сумма выброшенных им очков будет больше, чем у неискушенного игрока.

Мы рассказали немного об истории названий «орел» и «решка» и об игральных костях. Но самое главное — в этом пункте рассказывалось, в чем разница между настоящими и математическими монетами и костями.

23. Как узнать вероятность события?

В некоторых случаях вероятность события можно установить, зная свойства самого события или обстоятельства, в которых оно может наступить. Например, при бросании монеты (если эта монета не испорчена) естественно считать, что шансы на появление орла и решки одинаковы, и поэтому вероятность выпадения каждой стороны равна $\frac{1}{2}$.

То же относится и к «правильной» игральной кости. Она имеет шесть граней. Кость симметрична, и поэтому вероятности выпадения всех граней мы полагаем одинаковыми и равными $\frac{1}{6}$.

Но рассчитать вероятность события удается в редких случаях. И даже в этих случаях остается место для сомнений. Дело в том, что расчеты непременно основываются на каких-либо предположениях. А предположения могут оказаться неточными или даже ошибочными.

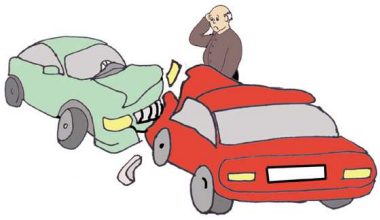
Например, мы предполагаем, что монета симметрична. Это предположение лишь приблизительно верно, так как стороны настоящей монеты все же не одинаковы. Для некоторых монет различия могут быть заметными.

Экспериментальный способ определения вероятности основан на наблюдениях. Выше было сказано, что при многократных повторениях опыта частоты случайных событий оказываются близки к их вероятностям. Поэтому если опыт можно повторять достаточно много раз, то вероятность случайного события можно приближенно найти, вычисляя его частоту.

cyan c. 84magenta c. 84yellow c. 84black c. 84

23. Как узнать вероятность события?

Рассмотрим связь частот и вероятностей на примере страхования. С 2004 г. в России действует закон об обязательном страховании автогражданской ответственности. Согласно этому закону каждый владелец автомобиля должен заключить договор с какой-либо уполномоченной страховой компанией. По этому договору владелец машины платит компании определенную сумму, а компания взамен обязуется оплатить (до определенного предела) тот ущерб, который может быть нанесен этим автовладельцем другому автовладельцу, городской собственности или пешеходам. Чтобы по справедливости решить, кто и сколько должен платить, надо учесть два обстоятельства:



а) с какой вероятностью автомобиль (в течение срока страхования) может попасть в аварию;

б) какой в среднем ущерб окружающим наносит одна авария.

Зная это, можно вычислить страховые взносы, но об этом речь пойдет позже. Сейчас же надо сказать, что вероятность случайного события «в течение года автомобиль попадает в аварию» была вычислена по статистическим данным, которыми располагали страховые компании, государственная инспекция безопасности дорожного движения и другие организации. Эта вероятность оказалась примерно равной 0,015.

Мы обсудили, как с помощью наблюдений можно узнать вероятность повторяющегося события. Кроме того, мы рассказали, что знать вероятности событий необходимо тем, кто занимается страхованием.

Вопросы

1. Какие вы знаете способы для определения вероятностей?
2. Какие предположения мы используем, когда рассчитываем вероятность того, что брошенная монета упадет орлом вверх? Верны ли эти предположения для:

а) падающего бутерброда; б) листьев, падающих с дерева?

3. Что требуется для определения вероятностей экспериментальным путем?
4. Можно ли экспериментальным путем вычислить примерную вероятность следующих событий:

а) вас спросят на уроке; б) на уроке в классе присутствуют все ученики;

в) вы не сделаете в изложении ни одной ошибки;

г) любимая мамина ваза разобьется в результате падения со стола на пол.

cyan c. 85magenta c. 85yellow c. 85black c. 85

Упражнения

1. По своему личному опыту попробуйте определить вероятность того, что вас спросят во время урока.

2. По своим наблюдениям попробуйте определить вероятность того, что на уроке присутствуют все ученики класса.

3. По своему личному опыту попробуйте определить вероятность того, что число задач по математике, заданных на дом, будет четным.

4. По своему личному опыту попробуйте определить вероятность того, что число задач по математике, заданных на дом, будет:

а) больше 2; б) больше 3; в) больше 10.

5. Можно ли приближенно вычислить вероятность опоздания ученика на урок? Если можно, что для этого нужно сделать?

24. Зачем нужно знать вероятность события?

Как понимать вероятность?

Что может дать знание вероятности случайного события? Как эти знания можно использовать?

Частично мы ответили на этот вопрос, рассказывая о страховании автомобиля. Знать вероятность дорожно-транспортного происшествия нужно, чтобы вычислить взнос за страховой полис.

Но это не единственная польза, которую может принести знание вероятностей. Если мы знаем вероятности каких-либо событий, то часто удается вычислить вероятность явления, связанного с этими событиями. Это особенно важно при проектировании зданий и сооружений, расчете надежности систем автомобилей, самолетов и космических кораблей.

Зная вероятность события, мы можем предсказать, насколько часто это событие будет происходить в жизни.

Предположим, например, что при определенных условиях в некоторой местности вероятность урагана равна 0,25. Это значит, что при многократных повторениях упомянутых условий примерно в 25 % случаев начнется ураган. Учитывая, что ураган очень опасен, можно считать, что вероятность 0,25 достаточно высока, чтобы объявить штормовое предупреждение. И неважно, что ураган может не случиться. В таком случае лучше перестраховаться.

Если какое-то событие имеет вероятность 0,99, то в среднем его следует ожидать в 99 случаях из 100, т. е. почти всякий раз. Напротив, если событие имеет вероятность 0,01, то происходит оно редко, примерно в одном случае из ста.

cyan c. 86magenta c. 86yellow c. 86black c. 86

24. Зачем нужно знать вероятность события?

Говоря, что событие произойдет примерно в 25 случаях из 100, мы не утверждаем, что оно непременно случится 25 раз из 100 возможных. Оно может произойти и 22, и 23, и 24, и 25, и 26, и 27, и 28 раз. Оно даже может произойти всего 18 раз или 32 раза в какой-нибудь серии из 100 наблюдений. Но такие серии наблюдений будут встречаться довольно редко.

Если вероятность события равна 0,25, то не следует ожидать его появления, скажем, 1 или 99 раз из 100.

Маловероятные события

Мы уже говорили, что в повседневной жизни маловероятные события часто считают практически невозможными. Люди следуют правилу: **в однократном опыте маловероятное событие не происходит**.

Конечно, в строгом смысле, это правило неверно. На него нельзя полагаться, если от этого зависит чья-то жизнь или здоровье. Нужно помнить, что **маловероятные события иногда происходят**. И если оно произойдет — если обрушится здание, внезапно выйдут из строя тормоза в автомобиле, — потом будет поздно вспоминать, какая была маленькая вероятность этого события. Поэтому, чтобы предотвратить несчастье, нужно регулярно проверять тормоза, вовремя ремонтировать или сносить ветхие здания и принимать другие необходимые меры.

Есть очень меткая поговорка «незаряженное ружье стреляет один раз в жизни». Это как раз о маловероятных событиях, которые все же происходят.

К сожалению, часто люди из-за своего легкомыслия недооценивают вероятность несчастья и ничего не предпринимают, чтобы уменьшить эту вероятность или хотя бы не дать ей вырасти.

Например, вероятность столкновения «Титаника» с айсбергом была маленькой. Капитан Эдвард Смит мог ее еще уменьшить, снизив скорость судна, но не сделал этого. Сотни человек стали жертвами маловероятного события в ночь на 15 апреля 1912 г.

Если же маловероятное событие грозит лишь незначительными потерями или неприятностями, то люди обычно следует правилу «в однократном опыте маловероятное событие не происходит».

В этом пункте рассказывалось о том, что вероятность события позволяет предсказать, насколько часто его следует ожидать в будущем. Помимо этого, мы поговорили о маловероятных событиях и о том, что ими не всегда следует пренебрегать.

cyan c. 87magenta c. 87yellow c. 87black c. 87

Вопросы

1. Падение сосульки с крыши на голову пешехода — событие маловероятное. Что нужно делать для того, чтобы эту вероятность еще уменьшить?

2. В каких случаях не следует доверяться правилу «в однократном опыте маловероятное событие не происходит»?

3. Приведите несколько примеров маловероятных событий.

Упражнения

1. Для правильной монеты мы полагаем, что вероятность выпадения орла равна 0,5. Разумно ли ожидать что, при 100 бросаниях монеты орел выпадет:

а) 5 раз; б) 49 раз; в) 90 раз.

2. Подбросьте монету 10 раз. Удалось ли вам с первой попытки выбросить десять орлов? Можно ли считать такое событие маловероятным?

3. Бросьте игральную кость 6 раз. Удалось ли вам выбросить шесть «шестерок»? Можно ли считать такое событие маловероятным?

4. Вероятность выпадения шестерки на игральной кости равна $\frac{1}{6}$. Сколько раз, по вашему мнению, следует ожидать выпадение шестерки при 600 бросаниях кости?

5. Игральную кость бросают 6 раз. Может ли при этом ни разу не выпасть шестерка?

6. Игральную кость бросают 6 раз. Может ли при этом какое-то число очков выпасть дважды?

7. Правильную игральную кость бросили 6 раз. Оказалось, что единица выпала дважды. Означает ли это, что какое-то число очков не выпало ни разу?

8*. В тесте 16 задач с выбором ответа из четырех предложенных вариантов. Верный вариант только один. Тройку ставят за 4 правильных ответа, четверку за 12, а пятерку за 15 правильных ответов. Вася не готов к тесту и выбирает ответы наудачу. Разумно ли ожидать, что Вася получит:

а) отметку 3; б) отметку 4; в) отметку 5?

cyan c. 88magenta c. 88yellow c. 88black c. 88