



## Глава II. Диаграммы

Таблицы, как мы видели, удобны для упорядочивания и поиска данных. Однако они не дают наглядного представления о соотношении величин. Для этого служат различные диаграммы: столбиковые, круговые, рассеивания и др. Пословица гласит: «Лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать».

**Диаграммы используются для наглядного, запоминающегося изображения и сопоставления данных.**

Диаграммы часто используются в газетах, журналах и книгах для иллюстрации различных данных.

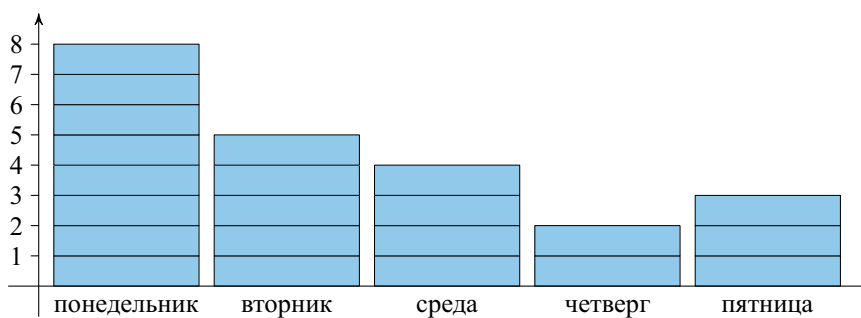
### 7. Столбиковая диаграмма

В таблице приведены данные о числе шоколадок, проданных в школьной столовой с понедельника по пятницу.

День недели	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Число шоколадок	8	5	4	2	3

Наглядно эти данные можно изобразить в виде столбиков, каждый из которых показывает число шоколадок, проданных за день.

**Диаграмма 1.** Количество проданных шоколадок



Строя эту диаграмму, мы начертили горизонтальную и вертикальную прямую. На горизонтальной прямой отметили дни недели с понедельника по



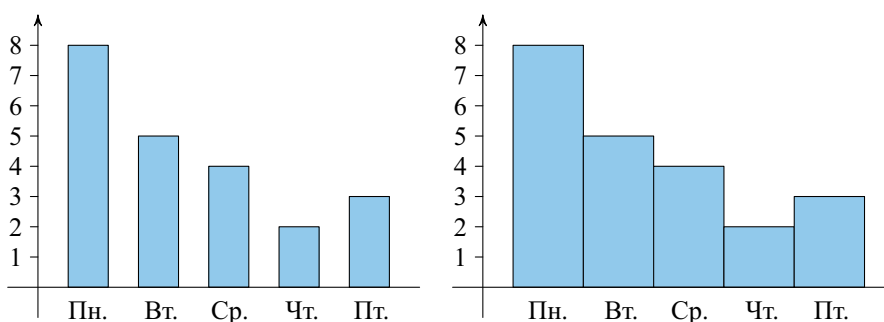


## Глава II. Диаграммы

пятницу. Над каждой отметкой нарисовали стопку проданных шоколадок. На вертикальную прямую нанесли деления, помогающие понять, сколько шоколадок в каждом столбике.

Диаграмму можно упростить, не указывая горизонтальную разбивку столбиков.

Ниже показаны два варианта оформления диаграммы 1.



При изображении столбиковой диаграммы важно, чтобы столбики были одинаковы по ширине. Расстояния между столбиками тоже должны быть одинаковыми.

**Мы рассказали о том, что диаграммы используются для наглядного представления о соотношении величин. С помощью диаграмм сравнивать данные удобнее, чем с помощью таблиц.**



### Вопросы

1. Чем диаграмма удобнее таблицы?
2. В каких случаях таблица удобнее диаграммы?
3. Какие требования предъявляются при построении столбиковой диаграммы?



### Упражнения

1. По диаграмме 1 определите:
  - а) в какой день недели продано больше всего шоколадок;
  - б) в какой день недели продали меньше всего шоколадок;
  - в) в какие дни недели продавали примерно одинаковое число шоколадок?
2. По диаграмме 1 определите, во сколько раз больше продано шоколадок в понедельник по сравнению со средой? с четвергом?





## 7. Столбиковая диаграмма

3. Можно ли заключить с помощью диаграммы 1, что число продаваемых шоколадок сокращается к концу недели?

4. Персонаж сказки «Чиполлино» кум Тыква с детства мечтал построить свой дом и покупал каждый год несколько кирпичей. В таблице приведены данные о его покупках за шесть лет.

Год	1	2	3	4	5	6
Число кирпичей	1	1	2	4	3	3

Постройте столбиковую диаграмму, показывающую число кирпичей, купленных каждый год.

5. За контрольную работу по математике школьники получили 6 оценок «отлично», 10 оценок «хорошо», 5 оценок «удовлетворительно» и 3 оценки «неудовлетворительно». Постройте столбиковую диаграмму по этим данным.

6. В таблице указаны 6 лучших бомбардиров премьер-лиги чемпионата России по футболу в 2006 г. и место команды по итогам чемпионата.

Игрок	Команда	Число голов	Место
Р. Павлюченко	«Спартак» (Москва)	18	2
Жо (Джоао)	ЦСКА (Москва)	14	1
Домингес	«Рубин» (Казань)	13	5
П. Погребняк	«Томь» (Томск)	13	8
Д. Лоськов	«Локомотив» (Москва)	13	3
Д. Кириченко	ФК «Москва»	12	6

а) Постройте столбиковую диаграмму числа голов, забитых лучшими бомбардирами.

б) Можно ли сказать, что среди бомбардиров есть явный лидер?

в) Как вы думаете, есть ли связь между числом голов, забитых бомбардирами, и местом их команд в чемпионате?

7. Столбиковая диаграмма 2 отражает примерную продолжительность жизни различных животных.

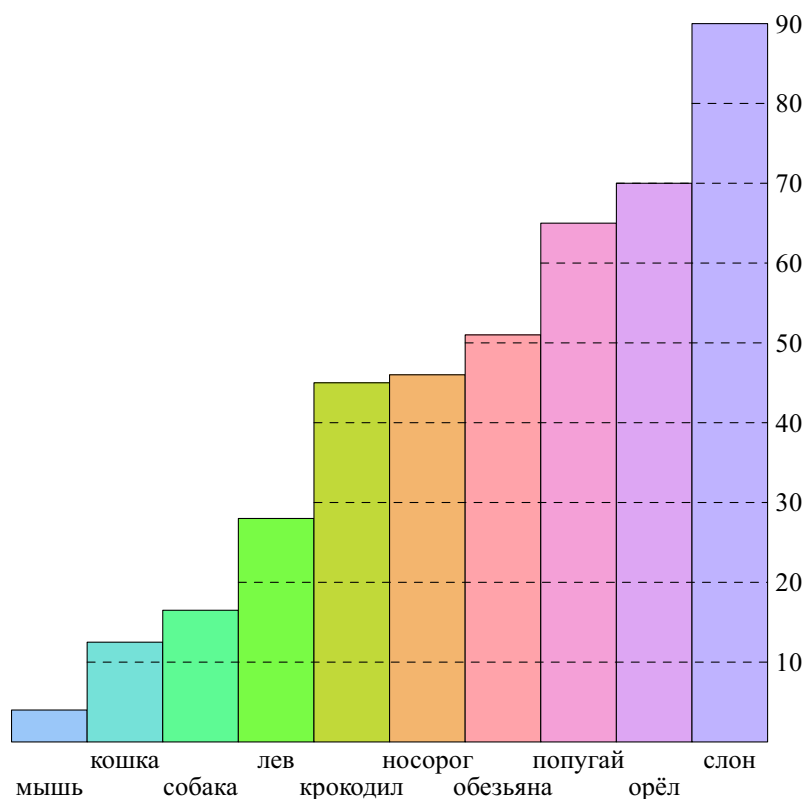
Расстояние между столбиками на этой диаграмме отсутствует. Цена деления вертикальной оси равняется 10 годам. Обратим внимание на то, что эта диаграмма предназначена, прежде всего, для сопоставления примерной продолжительности жизни различных животных и не дает с высокой точностью самих значений продолжительности жизни для каждого из животных. Для удобства





## Глава II. Диаграммы

**Диаграмма 2.** Продолжительность жизни животных



животные на диаграмме упорядочены по возрастанию их примерной продолжительности жизни. Горизонтальная разметка диаграммы помогает сравнивать высоту столбиков.

- а) Кто из перечисленных на диаграмме 2 животных живет, по нашим данным, меньше всех?
- б) Кто из перечисленных на диаграмме 2 животных живет, по нашим данным, дольше всех?
- в) Кто живет дольше, кошка или собака?
- г) Какие из животных живут примерно одинаково долго?
- д) Во сколько раз лев живет дольше кошки?
- е) Во сколько раз обезьяна живет дольше собаки?





## 7. Столбиковая диаграмма

- ж) Во сколько раз слон живет дольше обезьяны?  
з) Можно ли утверждать по данным диаграммы, что чем крупнее животное, тем дольше оно живет?

8. В таблице приведены данные о выработке электроэнергии в России с 1998 г. по 2006 г. в миллиардах киловатт-часов.

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Электрoэнергия, млрд. кВт·ч	827	846	878	891	891	915	931	953	991

- а) Постройте столбиковую диаграмму по данным таблицы.  
б) Сильно ли изменяется выработка электроэнергии за год?  
в) В каком году выработка электроэнергии была самой низкой?  
г) В каком году выработка электроэнергии была самой высокой?  
д) В каком году прирост выработки электроэнергии был самым низким?  
е) Какую тенденцию можно заметить в этих данных в начале 2000-х гг.?
9. Соревнования Гран-при «Формулы-1» в 2006 г. состояли из 18 гонок. Очки начисляются гонщикам, занявшим в гонке одно из первых 8 мест. За первое место дается 10 очков, за второе — 8, за третье — 6, за четвертое — 5 и т. д., за восьмое место — 1 очко.

В таблице приведены имена гонщиков «Формулы-1» и сведения о результатах этих гонщиков по итогам всех гонок в Гран-при 2006 г.

Гонщик	Число выигранных этапов	Число очков	Место
Ф. Алонсо	7	134	1
М. Шумахер	7	121	2
Ф. Маса	2	80	3
Д. Физикелла	1	72	4
К. Райкконен	0	65	5
Д. Баттон	1	56	6
Р. Барикелло	0	30	7
Х. П. Монтойя	0	26	8





## Глава II. Диаграммы

- а) Постройте столбиковую диаграмму числа выигранных этапов.  
б) Можно ли считать, что в сезоне 2006 г. среди гонщиков был явный лидер по числу выигранных этапов?  
в) Постройте столбиковую диаграмму числа очков, набранных гонщиками.  
г) Можно ли считать, что в сезоне 2006 г. среди гонщиков был явный лидер по числу набранных очков?  
д) Как вы думаете, есть ли взаимосвязь между числом выигранных этапов и числом очков?

10. В таблице собраны данные о дальности перелетов на зимовку некоторых птиц.

Птица	Расстояние, км
Тонкоклювый буревестник	9000
Европейский белый аист	10 000
Сибирская пеночка-весничка	11 000
Скандинавская пеночка-таловка	13 500
Полярная крачка	17 000

Постройте столбиковую диаграмму этих данных.

11. В таблице приведены данные о дальности беспосадочных перелетов некоторых летающих животных.

Животное	Расстояние, км
Рубиногорлая колибри	800
Летучая мышь	1100
Перелетная саранча	2200
Американская бурокрылая ржанка (западная популяция)	3300
Американская бурокрылая ржанка (восточная популяция)	5500

Постройте столбиковую диаграмму этих данных.





## 8. Круговая диаграмма

### 8. Круговая диаграмма



**Пример 1.** Младшему брату 10 лет, а старшему 14. Братья делят круглый пирог так, чтобы каждому достался кусок, пропорциональный его возрасту. Старший заявил:

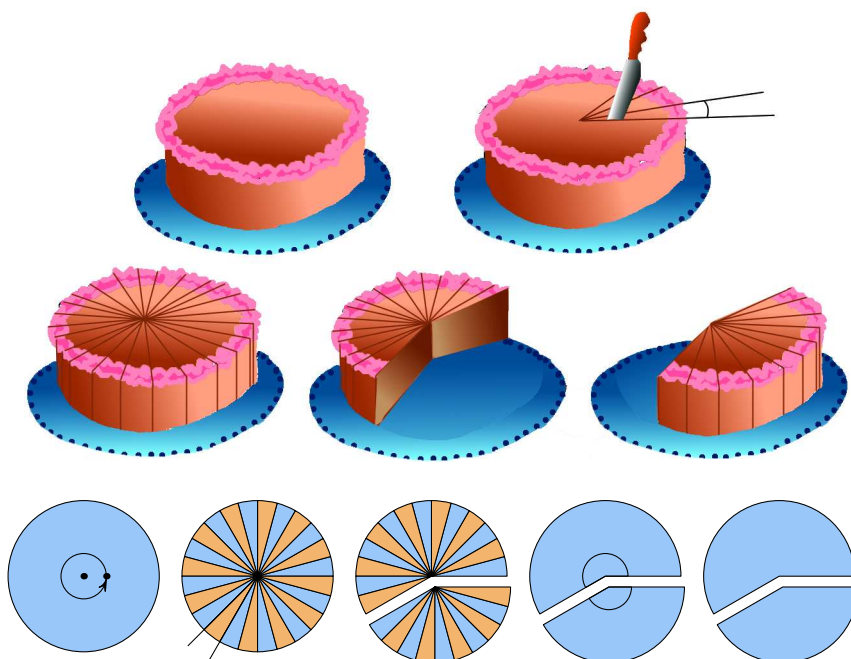
— Нам вместе 24 года. Разделим пирог на 24 равные части. Десять из них твои, а остальные 14 мои.

— Но как же это сделать? — спросил младший.

— Это можно сделать разными способами, но мы используем самый простой. Из центра пирога ножом мы будем вырезать последовательно равные куски. Чтобы их получилось ровно 24, нам нужно вычислить угол, на который мы будем поворачивать нож, отрезая каждый следующий кусок. Этот угол равен

$$360^\circ : 24 = 15^\circ.$$

Пирог разрезали. Младший брат отсчитал 10 кусков, а остальные оставил старшему. Старший брат продолжал:





## Глава II. Диаграммы

— Все куски пирога одинаковы. В следующий раз, чтобы не делать лишних разрезов, мы поступим иначе. Вычислим угол, который составляет твою часть пирога:  $15^\circ \cdot 10 = 150^\circ$ , и вырежем из пирога кусок, соответствующий этому углу.

Такой способ деления круга на части столь прост и убедителен, что его используют для показа долей целого в самых различных случаях. Полученная таким образом схема деления называется **круговой диаграммой**.



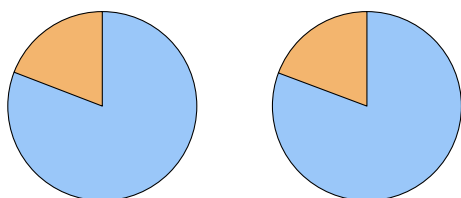
**Определение.** Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, необходимы линейка, циркуль и транспортир. Чтобы закрасить разные секторы в разные цвета, полезно иметь цветные карандаши.

Часто углы приходится строить приблизительно. Например, в 2001 г. численность населения младше 16 лет составляла в России 19,3 %. Чтобы построить соответствующий сектор, нужно найти угол этого сектора:

$$360^\circ : 100 \cdot 19,3 = 69,48^\circ.$$

Трудно построить такой угол точно. Но в этом нет необходимости. Человеческий глаз не замечает отличия в 1–2 градуса в величине угла. Поэтому при построении круговых диаграмм углы секторов можно округлять. На рисунке показаны две круговые диаграммы. На одной из них сектор имеет угол ровно  $69,48^\circ$ , а на второй угол равен  $69^\circ$ . Попробуйте определить, где какая диаграмма.



Если целое делится на несколько частей, то диаграмма состоит из нескольких секторов. При этом угол каждого из секторов приблизительно пропорционален той доле, которую он показывает.



**Пример 2.** В таблице даны сведения о численности городского и сельского населения России в разные годы.

Постройте круговую диаграмму, показывающую доли городского и сельского населения России в 1959 г.

**Решение.** Вычислим общую численность населения в 1959 г.:  $61,6 + 55,9 = 117,5$  (млн. чел.).

Найдем доли городского и сельского населения. Доля городского населения страны равна

$$61,6 : 117,5 \approx 0,524.$$







## 8. Круговая диаграмма

Городское и сельское население России

Год	Население, млн. чел.		
	Городское	Сельское	Всего
1959	61,6	55,9	117,5
1970	80,6	49,3	
1979	94,9	42,5	
1989	108,0	39,0	
2002	106,5	38,7	

Доля сельского населения равна

$$55,9 : 117,5 \approx 0,476.$$

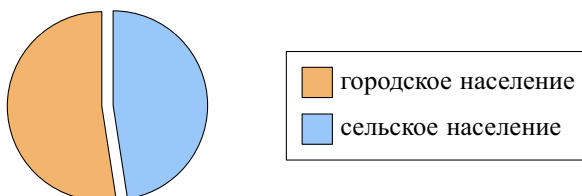
Вычислим угол сектора круговой диаграммы, соответствующий городскому населению:

$$360^\circ \cdot 0,524 = 188,64^\circ.$$

Вычислим угол сектора, соответствующий сельскому населению:

$$360^\circ - 188,64^\circ = 171,36^\circ.$$

Построим диаграмму:



Закрасив сектора диаграммы разным цветом, мы дополнительно указали, чему соответствует каждый из этих цветов. Такое указание называют «легендой». Легенда упрощает чтение и понимание диаграммы.

Из полученной диаграммы видно, что в 1959 г. численность городского населения совсем немного превышала численность сельского. Мы можем не помнить конкретных цифр, но соотношение между ними наглядно показывает круговая диаграмма.

**В этом пункте рассказано о круговых диаграммах, для чего они используются и как их можно построить с помощью циркуля, линейки и транспортира.**





## Глава II. Диаграммы



### Упражнения

1. Два брата решили разрезать пирог на части, пропорциональные их возрасту. Одному из них было 6 лет, а другому 12. Постройте круговую диаграмму, показывающую, какая часть пирога достанется каждому из братьев.
2. В классе 16 девочек и 20 мальчиков. Постройте круговую диаграмму, показывающую доли девочек и мальчиков от общего числа учеников в классе.
3. Начертите в тетради таблицу «Городское и сельское население России» и заполните ее последний столбец.
4. Вычислите долю сельского населения в процентах в 1989 и 2002 гг. и сравните их между собой.
5. Составьте таблицу долей городского и сельского населения страны в разные годы.
6. Постройте круговые диаграммы соотношения численности городского и сельского населения России:  
а) в 1970 г.; б) в 1979 г.; в) в 1979 г.; г) в 1989 г.; д) в 2002 г.
7. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую численность городского населения России в разные годы.
8. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую долю городского населения России в разные годы. Можно ли утверждать, что доля городского населения в России постепенно возрастает?
9. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую численность сельского населения России в разные годы.
10. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую долю сельского населения России в разные годы. Можно ли утверждать, что доля сельского населения в России постепенно сокращается?
11. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую численность населения России в разные годы.

В таблице 1 представлены сведения о проживании мужчин и женщин в городах и сельской местности (в миллионах человек), полученные в ходе первой переписи населения в Российской империи в 1897 г.

12. По данным таблицы 1 найдите численность:  
а) мужского населения России;      б) женского населения;  
в) городского населения;              г) сельского населения;  
д) общую численность населения.
13. По данным таблицы 1 постройте круговую диаграмму соотношения численности городского и сельского населения России в 1897 г.





## 8. Круговая диаграмма

**Таблица 1.** Городское и сельское население России в 1897 г.

	Население, млн. чел.		
	Городское	Сельское	Всего
Мужчины	8,74	54,48	
Женщины	7,76	55,39	
Всего:			

14. Сравните полученную в задании 13 круговую диаграмму соотношения численности городского и сельского населения в России в 1897 г. с аналогичной диаграммой:

а) для 1959 г.; б) для 2002 г.

Что можно сказать об изменении соотношения численности городского и сельского населения России за последние сто лет?

15. Постройте круговую диаграмму соотношения численности мужчин и женщин:

а) в городах; б) в сельской местности; в) в целом по стране.

Какие выводы о соотношениях численности мужчин и женщин можно сделать в зависимости от места проживания?

### Как часто школьники 7–9 классов покупают шоколад?

В таблице приведены данные опроса (в процентах от числа опрошенных) в нескольких городах.

Регулярность покупки	Москва	Казань	Екатеринбург	Красноярск
Реже раза в неделю	15 %	8 %	35 %	28 %
Раз в неделю	32 %	28 %	21 %	19 %
Два раза в неделю	22 %	32 %	23 %	33 %
По-другому	31 %	32 %	21 %	20 %

Построим круговую диаграмму распределения школьников Москвы по регулярности покупки шоколада.

**Решение.** Вычислим углы секторов, соответствующих каждой из групп школьников:

угол сектора для покупающих шоколад реже раза в неделю:  $360^\circ \cdot 0,15 = 48^\circ$ ;

угол сектора для покупающих шоколад раз в неделю:  $360^\circ \cdot 0,32 = 115,2^\circ$ ;





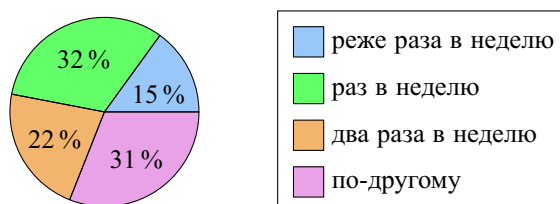
## Глава II. Диаграммы

угол сектора для покупающих шоколад дважды в неделю:  $360^\circ \cdot 0,22 = 79,2^\circ$ ;

угол сектора для покупающих шоколад другим образом:  $360^\circ \cdot 0,31 = 111,6^\circ$ .

Построим секторы диаграммы, соответствующие вычисленным углам. При этом значения углов можно округлять.

Регулярность покупки шоколада школьниками Москвы



16. По таблице потребления шоколада постройте круговую диаграмму для данных из:

а) Казани; б) Екатеринбурга; в) Красноярска.

17. По результатам опроса 30 учеников и учителей в одной из школ (из одной семьи опрашивали только одного человека) составлена таблица проживания домашних животных в семьях опрошенных:

Кошка	Собака	Птицы	Рыбки	Другие	Никого
18	10	5	2	7	6

а) Объясните, почему число животных превышает число опрошенных семей.

б) Постройте круговую диаграмму, показывающую долю семей, в которых отсутствуют какие-либо домашние животные.

в) Предположим, что в каждой семье живет не более двух видов различных животных. Вычислите по данным таблицы число семей, в которых живет ровно один вид животных. Постройте круговую диаграмму, показывающую доли семей: без домашних животных, с одним домашним животным, с двумя домашними животными.

18. В течение первой четверти Ваня получил следующие оценки:

по английскому языку: 4, 5, 5, 4, 3, 5, 4, 4, 3, 5, 5, 5;

по математике: 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5, 4.

а) Постройте круговые диаграммы распределения оценок по каждому из предметов. Сравните их между собой.

б) Можно ли утверждать, что Ваня примерно одинаково учится по этим предметам?





## 9. Диаграмма рассеивания

19. Выпишите из дневника свои оценки по математике и иностранному языку по итогам первой четверти. Постройте круговые диаграммы распределения оценок по каждому из этих предметов. Сравните их между собой.

20. Вспомните, какие из домашних животных живут в 10–15 семьях ваших друзей и близких. Постройте круговую диаграмму, показывающую:

а) долю семей, в которых нет никаких домашних животных;

б) долю семей, имеющих кошек, долю семей, имеющих собак, и долю семей, имеющих прочих животных, среди семей, в которых есть домашние животные.

21. Постройте круговую диаграмму, показывающую соотношение девочек и мальчиков в вашем классе.

22. По итогам предыдущей четверти постройте круговую диаграмму, показывающую доли различных оценок за четверть по математике учеников вашего класса.

## 9. Диаграмма рассеивания

Часто бывает полезно знать, есть ли некоторая связь между изучаемыми величинами. Разобраться в этом помогает *диаграмма рассеивания*. Покажем, как она строится, на примере.



**Пример 1.** Есть ли связь между ростом и весом человека? Для наглядного ответа на этот вопрос построим диаграмму рассеивания. Данными для этой диаграммы служит набор пар чисел.

Каждая пара — это рост и вес<sup>1</sup> одного человека. В таблице приведены значения роста и веса 15 юношей.

Рост, см	167	169	179	178	177	175	171	181	174	175	180	174	172	178	171
Вес, кг	62	67	70	72	70	69	63	80	73	66	75	70	67	74	66

Чтобы получить диаграмму рассеивания, нужно в системе координат поставить точки, абсциссы которых — рост, а ординаты — соответствующий вес. На рисунке показана диаграмма рассеивания для этих данных.

Из диаграммы 3 видно, что люди с примерно одинаковым весом могут иметь разный рост, а с почти одинаковым ростом — разный вес, т. е. между этими величинами нет жесткой связи. Однако в целом вес человека тем больше, чем больше его рост.

<sup>1</sup>Вы хорошо знаете, что в килограммах измеряется масса. Но на практике очень часто массу отождествляют с весом.





## Глава II. Диаграммы

### Диаграмма 3

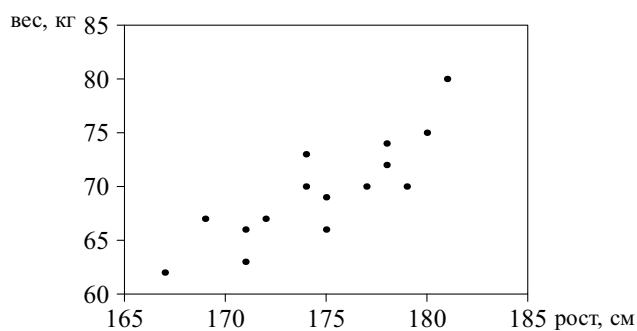


Диаграмма рассеивания показывает примерный характер взаимосвязи между двумя числовыми характеристиками.

**Пример 2.** Есть ли взаимосвязь между числом выигранных этапов в Гран-при «Формулы-1» и количеством очков, набранных гонщиком по итогам всех этапов? Результаты сезона 2003 г. приведены в таблице.



Гонщик	Число выигранных этапов	Число очков	Место
М. Шумахер	6	93	1
К. Райкконен	1	91	2
Х. П. Монтойя	2	82	3
Р. Баррикелло	2	65	3
Р. Шумахер	2	58	5
Ф. Алонсо	1	55	6
Д. Култхарт	1	51	7
Д. Физикелла	1	12	12







## Глава II. Диаграммы

На диаграмме 5 не видно никакой связи между давлением и температурой. При гриппе или ангине может быть высокая температура и нормальное давление. А у людей с повышенным давлением (гипертоников) или пониженным давлением (гипотоников) температура тела может быть совершенно нормальной.

**Мы узнали о том, что для выявления связи между величинами применяются диаграммы рассеивания, и о том, как их строить.**



### Вопросы

1. Зачем используются диаграммы?
2. Какие виды диаграмм вы знаете?
3. Что такое диаграмма рассеивания?
4. Зачем используются диаграммы рассеивания?



### Упражнения

1. Для следующего набора пар значений постройте диаграмму рассеивания: (1; 2), (2; 2), (3; 2), (3; 4), (4; 5), (5; 6), (4; 3), (4; 4), (6; 6). Можно ли говорить о том, что с ростом первого значения пары в целом возрастает и второе значение?
2. Для следующего набора пар значений постройте диаграмму рассеивания: (1; 2), (2; 3), (3; 3), (3; 4), (3; 2), (4; 3), (4; 4), (5; 2), (6; 3). Можно ли говорить о том, что с ростом первого значения пары в целом возрастает и второе значение?
3. В таблице приведены данные о весе и росте 12 девушек.

Рост, см	165	177	161	162	170	176	177	164	166	161	169	159
Вес, кг	53	67	45	53	60	62	58	60	62	55	55	49

Постройте диаграмму рассеивания. Есть ли взаимосвязь между ростом и весом девушек?

4. Фигуристы получают две оценки: за технику и за артистизм. В таблице приведены оценки одного судьи за выступления различных фигуристов на одном соревновании.

Техника	4,3	4,5	4,5	4,8	4,9	5,2	5,4	5,0	5,5	5,8	5,7
Артистизм	4,5	4,2	4,6	4,5	5,1	5,2	5,6	5,1	5,6	5,9	5,8

Постройте диаграмму рассеивания этих оценок. Есть ли какая-то взаимосвязь между оценками за технику и оценками за артистизм?







## 9. Диаграмма рассеивания

5. В таблице приведены данные о числе голов, забитых лучшими бомбардирами премьер-лиги чемпионата России по футболу в 2006 г., и место их команды в чемпионате.

Игрок	Команда	Число голов	Место
Р. Павлюченко	«Спартак» (Москва)	18	2
Жо (Джоао)	ЦСКА (Москва)	14	1
Домингес	«Рубин» (Казань)	13	5
П. Погребняк	«Томь» (Томск)	13	8
Д. Лоськов	«Локомотив» (Москва)	13	3
Д. Кириченко	ФК «Москва»	12	6

Постройте диаграмму рассеивания. Можно ли утверждать, что чем больше голов забивают лучшие бомбардиры, тем лучше место их команды в чемпионате?

6. Мальчики на соревнованиях прыгали в длину с места и бежали 60 м. Их результаты приведены в таблице.

Прыжок, см	180	194	190	215	210	170	175	202	205	195	205	200	190	186
Бег, с	10,8	10,2	10,6	9,6	10,2	11,0	11,6	10,4	10,0	11,0	9,8	10,6	10,8	10,7

Постройте диаграмму рассеивания. Можно ли утверждать, что результаты прыжков с места связаны со скоростью бега на 60 м?

