И. ВЫСОЦКИЙ,
г. Москва

Начало см. № 2, 3 за 2026 г.

ЛИСТКИ ПО ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКЕ

Случайные опыты и элементарные события

1. Школьник говорит: «Я не сделал ни одной ошибки в сочинении, поэтому получил отметку 5». Что здесь случайный опыт, что здесь события? Есть ли в тексте описание случайной величины?

2. Игральный кубик с точками от 1 до 6 бросают один раз.

а) Запишите с помощью фигурных скобок множество всех элементарных событий этого опыта.

б) Сколько в этом опыте всего случайных событий?

в) Какое событие является невозможным? Какое — достоверным?

3. Игральный кубик бросают дважды.

а) Что является исходом этого случайного опыта? Сколько всего исходов?

б) Начертите в тетради таблицу этого опыта и укажите в ней элементарные события (2, 3), (3, 2) и (5, 5).

4. В киоске продается мороженое трех сортов: сливочное, шоколадное и клубничное. Андрей и Борис покупают по одной порции. Выпишите в виде таблицы элементарные события случайного опыта «Наблюдение над тем, кто какое мороженое купил». Перечертите таблицу в тетрадь, заполните ее до конца. Сколько исходов в этом опыте?

Андрей	Борис
Сливочное	Сливочное
...	...
...	...

5. Монету бросают дважды. Выпадение орла обозначим О, выпадение решки — Р.

а) Выпишите все элементарные события этого опыта. Сколько их? Подчеркните те исходы, при которых орел выпал ровно один раз.

б) Сколько всего возможно разных событий в этом случайном опыте?

в) Опишите словами событие {ОО, РР}; событие {ОР, РО}; событие {ОО, ОР, РО}.

6. Монету бросают трижды и наблюдают выпавшую комбинацию.

а) Сколько элементарных событий в этом опыте?

б) Сколько всего случайных событий в этом опыте?

в) Запишите перечислением исходов событие «Орел выпал ровно один раз».

7. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орел. Запишите несколько элементарных событий в этом случайном опыте. Сколько всего исходов в этом опыте?

Есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

8*. Игральный шестигранный кубик бросают три раза.

а) Сколько всего элементарных событий в этом опыте?

б) Выпишите все исходы этого опыта, при которых в сумме выпало 6 очков. Сколько их?

9*. Футбольная команда «Математик» проводит встречу из нескольких матчей с командой «Физик». Ничья невозможна. Встреча проводится до двух побед одной из команд. Победу команды «Математик» обозначим буквой М, а команды «Физик» — буквой Ф. Одним из элементарных событий является ММ.

а) Запишите все исходы этого опыта.

б) Запишите все исходы, при которых встречу выигрывает «Физик».

в) Какое наибольшее количество матчей может состояться?

10*. В ящике две исправные детали, A и B, и одна дефектная деталь C. Детали вытаскивают в случайном порядке, пока не обнаружат дефект.

а) Является ли последовательность CAB исходом в этом случайном опыте?

б) Выпишите все исходы.

Домашнее задание

1. Подготовьте устные ответы на вопросы.

а) Сколько элементарных событий в опыте, в котором бросают две монеты?

б) Какой есть синоним к словосочетанию «элементарное событие»?

в) Что означает запись «$\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{Q}$»? Истинно ли это утверждение?

г) Опишите словами числовое множество $[0; 7]$.

2. Игральный кубик бросают два раза.

а) Сколько элементарных событий в этом опыте?

б) Укажите в таблице этого опыта события:

A = {сумма выпавших очков равна 7};

B = {при первом броске выпало меньше очков, чем при втором}.

в) Сколько исходов благоприятствует событию A? Событию B? Событию $A \cap B$?

3. В коробке около классной доски лежат маркеры — много синих, много красных и много черных. Сергей, Олег и Борис, не глядя, берут по одному маркеру.

а) Составьте таблицу со всеми элементарными событиями этого случайного опыта.

б) Сколько всего исходов в этом опыте?

в) Сколько из них благоприятствует событию «Олег выбрал синий маркер»?

4. В ящике три красных шарика и два синих. Из ящика, не глядя, достают шарики, пока не достанут красный. Придумайте обозначение для исходов и перечислите в фигурных скобках все возможные исходы этого опыта.

Описание элементарных событий

1. К перекрестку подъезжают автомобили.

а) Опыт заключается в наблюдении направления дальнейшего движения пикапа. Перечислите и обозначьте элементарные события в этом опыте. Какие из них более, а какие — менее вероятны?

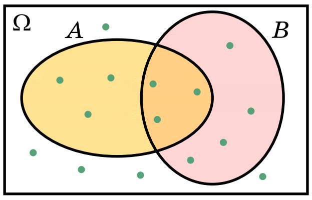
б) Сделайте то же самое для опыта, в котором наблюдается дальнейшее движение фургона.

в) Сделайте то же самое для опыта, в котором наблюдается дальнейшее движение всех четырех автомобилей.

2. Бросают игральный кубик. Перечислите элементарные события в этом опыте.

3. Перечислите элементарные события случайного опыта, в котором монету бросают дважды.

4. На диаграмме Эйлера изображен случайный опыт. Исходы показаны точками. Сколько элементарных событий благоприятствует событию A? Событию $A \cap B$? Событию $A \cup B$?



5. Андрей, Борис и Владимир встают друг за другом в очередь в буфет. Случайный опыт состоит в описании порядка, в котором они стоят. Придумайте подходящие обозначения и запишите все элементарные события этого опыта.

6. Анна и Мария подходят к киоску с мороженым и покупают себе по одной порции. В продаже мороженое трех сортов: шоколадное, апельсиновое и клубничное. Случайный опыт состоит в наблюдении, кто что купил. Придумайте способ описать все элементарные события в этом опыте.

7. В случайном опыте игральный кубик бросают два раза. Начертите таблицу исходов этого опыта и отметьте в ней все элементарные события, при которых сумма выпавших очков равна 6.

8*. Двое — А и Б — играют в настольный теннис. Договорились играть до трех побед одного из них. Случайный опыт состоит в наблюдении последовательности побед. Запишите все исходы этого опыта.

9*. Сколько элементарных событий в случайном опыте, в котором симметричную монету бросают:

а) 2 раза; б) 4 раза; в) 6 раз; г) n раз.

Случайные события и вероятности

1. К перекрестку подъезжают автомобили.

Опыт заключается в наблюдении направления дальнейшего движения машин. Перечислите исходы, благоприятствующие событию:

а) «Пикап поедет налево, а фургон — направо»;
б) «Жук и пикап поедут в одном направлении».

2. Игральный кубик бросают дважды. Отметьте в таблице исходов этого опыта события:

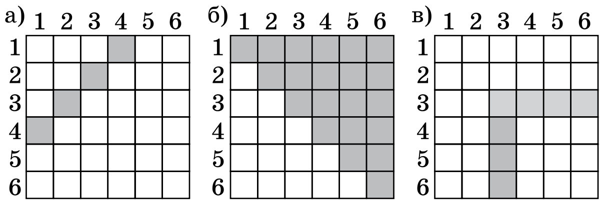
а) «Сумма выпавших очков равна 7»;
б) «Наибольшее из выпавших очков равно 4»;
в) «Выпавшие числа отличаются на 3».

3. В случайном опыте четыре элементарных события: a, b, c и d. Вероятности трех из них известны:

$$\mathrm{P}(a) = 0{,}3,\ \mathrm{P}(b) = 0{,}1,\ \mathrm{P}(d) = 0{,}2.$$

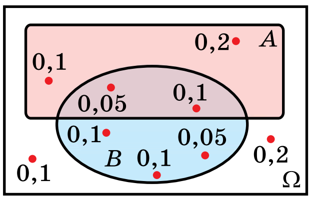
Найдите вероятность исхода c.

4. Игральный кубик бросают дважды. Сформулируйте словами события, отмеченные в таблице этого опыта. (Строки отвечают за результат первого броска.)



5. На диаграмме Эйлера изображен некоторый случайный опыт. Элементарные события показаны точками, около каждого подписана его вероятность. Найдите вероятности событий:

A; B; $A \cap B$; $A \cup B$.



6. В некотором случайном опыте восемь элементарных событий и их вероятности равны 0,1, 0,2, ..., 0,8. Нет ли ошибки в описании опыта?

7. Монету бросают три раза. Запишите перечислением исходов событие:

а) «Орел выпал хотя бы один раз»;
б) «Орел ни разу не выпал следом за решкой»;
в) «Решка выпала ровно два раза подряд».

8. На тренировке стрелок стреляет в мишень до тех пор, пока не попадет в нее. Что является элементарными событиями в этом опыте? Запишите перечислением элементарных событий событие «Потребовалось не больше трех попыток».

9*. Биатлонист делает по одному выстрелу в каждую из пяти мишеней. Что является элементарным событием в опыте, где наблюдается ход стрельбы? Выпишите исходы, которые благоприятствуют событию «Биатлонист попадет ровно четыре раза из пяти».

10*. В классе 25 учеников, среди которых Петя. Учитель в течение урока по очереди вызывает к доске двоих. Сколько исходов благоприятствует событию «Петю вызовут к доске»?

Случайные опыты с равновозможными исходами

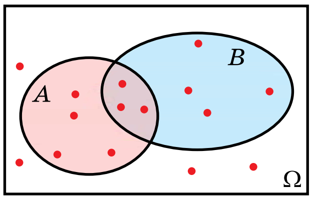
Общая схема решения задачи в случайном опыте с равновозможными элементарными событиями:

A = {краткое описание нужного события};
N — всего равновозможных исходов;
$N(A)$ — исходов благоприятствует A;
вероятность события A:

$$\mathrm{P}(A) = N(A) \cdot \frac{1}{N}.$$

1. На диаграмме Эйлера показан случайный опыт Ω, в котором все исходы равновозможны. Найдите вероятности событий:

а) A; б) B; в) $A \cap B$; г) $A \cup B$.



2. В буфете 5 одинаковых красных чашек и 7 одинаковых синих чашек. Бабушка достает из буфета случайную чашку. Какова вероятность того, что она окажется красной?

3. В соревнованиях по прыжкам в воду с трамплина участвуют 4 спортсмена из России, 5 — из Белоруссии, 4 — из Китая и 3 спортсмена из Казахстана. Порядок прыжков определяется жребием. Найдите вероятность того, что:

а) первым будет выступать прыгун из России;
б) четвертым будет выступать спортсмен из Белоруссии;
в) последним будет прыгать представитель Китая или Казахстана.

4. Антон, Сергей и семеро их друзей рассаживаются на случайные места вокруг круглого стола. Антон уже занял свое место. Какова вероятность того, что Сергей при случайной рассадке окажется сидящим рядом с Антоном?

5. Антон, Сергей и семеро их друзей рассаживаются на случайные места вокруг круглого стола. Какова вероятность того, что Антон и Сергей окажутся рядом друг с другом?

6. Группу, в которой Аня, Катя и еще 24 человека, разбивают случайным образом на две подгруппы, в каждой по 13 человек. Какова вероятность того, что Катя и Аня окажутся в одной подгруппе?

7. Игроки А и Б играют в морской бой. Первым «стреляет» А. Он выбирает поле для стрельбы случайно. Какова вероятность того, что он:

а) попадет в трехпалубный корабль;
б) попадет хотя бы в один корабль противника;
в) не попадет ни в один из кораблей?

8*. В шахматном турнире участвуют Андрей, Виктор и еще шесть лучших шахматистов школы. Все играют одинаково хорошо, и исход каждой встречи непредсказуем. Турнир устроен по олимпийской системе: игроки разбиваются на пары с помощью жребия. Проигравшие выбывают, а победители снова разбиваются на пары и так далее, пока не выявится абсолютный победитель турнира. Какова вероятность того, что в этом турнире состоится игра между Андреем и Виктором?

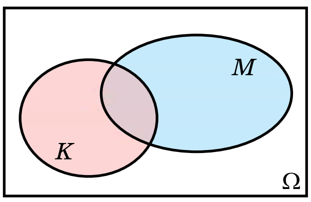
9*. Из автобуса один за другим в случайном порядке выходят игроки баскетбольной команды. Первый оказался выше шести идущих за ним. Какова вероятность того, что он окажется выше восьмого игрока, вышедшего из автобуса?

Противоположные события, алгебра событий

1. В некотором случайном эксперименте вероятность события A равна 0,36. Какова вероятность противоположного события?

2. На диаграмме Эйлера показаны случайные события M и K в некотором случайном опыте Ω. Нарисуйте в тетрадях четыре такие диаграммы и заштрихуйте на них события:

а) $\bar{M} \cap K$;
б) $M \cap \bar{K}$;
в) $\bar{M} \cap \bar{K}$;
г) $\overline{M \cap K}$.



3. С помощью диаграммы Эйлера докажите тождества (законы де Моргана):

а) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$;
б) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$.

4. В некотором случайном опыте известны вероятности некоторых случайных событий:

$$\mathrm{P}(A) = 0{,}4,\ \mathrm{P}(B) = 0{,}7,\ \mathrm{P}(A \cap B) = 0{,}2.$$

Найдите вероятности событий:

а) $\bar{A} \cap B$;
б) $A \cap \bar{B}$;
в) $\bar{A} \cap \bar{B}$;
г) $\overline{A \cup B}$.

Для каждого из этих событий нарисуйте отдельную диаграмму.

5. В салоне красоты работают два женских мастера: Мария и Анна. Каждая из них в случайный момент времени занята с вероятностью 0,8, а обе они заняты с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что в случайный момент:

а) занята ровно одна из них;
б) обе свободны?

6. В торговом центре два автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня кофе закончится в первом автомате, равна 0,2. Такова же вероятность того, что кофе закончится во втором автомате. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Какова вероятность того, что к вечеру:

а) кофе закончится ровно в одном из автоматов;
б) кофе не закончится ни в одном из них?

7. Докажите формулу сложения вероятностей:

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B).$$

8. Игральный кубик бросают дважды.

а) Представьте событие A = «Сумма очков равна 7 или на первом кубике выпало больше, чем на втором» в виде объединения двух случайных событий.

б) Найдите вероятность события A.

9*. Выведите формулу сложения вероятностей для случайных событий A, B и C.

10*. В подъезде три одинаковых лифта. Утром в будни с 8:00 до 9:00 каждый отдельный лифт может оказаться занят с вероятностью 0,3. Два любых лифта вместе могут оказаться заняты с вероятностью 0,1. Все три лифта заняты с вероятностью 0,032. Найдите вероятность того, что в будний день в период с 8:00 до 9:00 окажется:

а) хотя бы один лифт свободен;
б) хотя бы два лифта свободны;
в) все три лифта свободны.

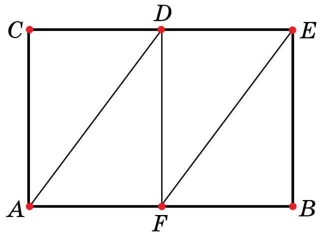
Графы. Циклы, деревья, плоские и планарные графы

1. Существует ли граф, в котором восемь вершин степени 4 и пять вершин степени 3?

2. Дан граф. Найдите в этом графе:

а) три цепи, соединяющие вершины A и E;

б) три цикла.



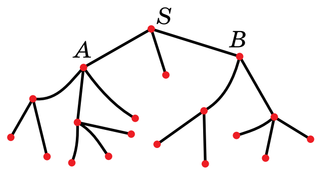
3. Является ли граф, показанный на рисунке выше, эйлеровым графом? Если нет, докажите это, если да, найдите эйлеров путь в этом графе.

Диаметр дерева — это длина самой длинной цепи в этом дереве.

4. На рисунке ниже изображено дерево.

а) Сколько в этом дереве висячих вершин (листиков, висячих вершин)?

б) Найдите диаметр дерева.



5. В дереве n вершин.

а) Сколько в нем ребер?

б) Найдите среднюю степень вершины в таком дереве.

6. В дереве ровно одна вершина имеет степень 3, ровно одна — степень 4, ровно одна — степень 5 и ровно одна имеет степень 6. Сколько в этом дереве вершин степени 1? Нарисуйте пример такого дерева.

Цикломатическое число графа — наименьшее количество ребер, которые нужно удалить, чтобы оставшийся граф был деревом (*остовным деревом*).

7. Найдите цикломатическое число дерева. Найдите цикломатическое число графа, изображенного на рисунке к задаче 2.

Граф называется *плоским*, если он нарисован на плоскости так, что никакие два ребра не пересекаются, кроме той вершины, из которой они выходят.

Граф называется *планарным*, если его можно сделать плоским, передвигая вершины и изгибая ребра (без разрывов и удалений).

8. Является ли граф на рисунке к задаче 2 плоским? Если да, на сколько частей (граней, областей) он разбивает плоскость?

9*. Докажите формулу Эйлера для плоского графа:

$$v - e + f = 2$$

(v, e и f — число вершин, ребер и областей соответственно).

10*. а) Докажите, что невозможно связать пять базарных площадей дорогами без перекрестков (граф K_5 не является планарным).

б) Докажите, что нельзя провести девять тропинок от трех домов к трем колодцам без пересечений (граф $K_{3,3}$ не является планарным).

Условная вероятность

Вероятность события A, вычисленная при условии, что событие B уже случилось, называется *условной вероятностью* события A при условии B. Обозначение $\mathrm{P}(A|B)$.

1. В коробке 8 синих и 7 красных фломастеров. Из коробки извлекли два случайных фломастера.

а) Какова вероятность того, что первый окажется красным?

б) Известно, что первый фломастер оказался красным. Какова вероятность того, что второй окажется синим?

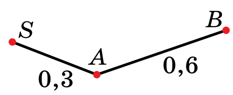
2. В городе 48% взрослого населения — мужчины. Среди взрослых мужчин 20% пенсионеры. Какова доля мужчин-пенсионеров среди жителей города?

3. Из всех взрослых горожан выбирают одного случайного человека. Вероятность того, что это мужчина, равна 0,48. Условная вероятность того, что выбранный горожанин — пенсионер, при условии, что он мужчина, равна 0,2. Какова вероятность того, что выбранный горожанин является мужчиной на пенсии? Чем эта задача отличается от задачи 2?

4. Последовательность событий A и B изображена при помощи цепи. Около ребер подписаны вероятности.

а) Чему равна условная вероятность $\mathrm{P}(B|A)$?

б) Найдите вероятность события $A \cap B$.



5. Запишите формулу, связывающую вероятности $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(A|B)$ и $\mathrm{P}(A \cap B)$. Получите из этой формулы формулу условной вероятности

$$\mathrm{P}(A\,|\,B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}.$$

6. Запишите вероятность события $A \cap B$ двумя способами: исходя из того, что случилось событие A, и исходя из того, что случилось событие B.

7. Нарисуйте цепь для последовательных событий A, B и C и запишите формулу для события $P(A \cap B \cap C)$.

8. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков равна 9. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало не больше 4 очков.

9*. В мешке лежат две игральные кости: правильный кубик с шестью пронумерованными гранями и правильный додекаэдр с 12 пронумерованными гранями. Одну случайную кость вынули и бросили. Выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что:

а) был брошен кубик;

б) был брошен додекаэдр.

10*. У Портоса в левом кармане камзола 5 экю и 4 луидора, а в правом кармане 4 луидора и 3 экю. Один случайный карман прохудился и из него выпала одна случайная монета.

а) Какова вероятность того, что выпал луидор?

б) Скачущий за Портосом Арамис увидел, что у Портоса из камзола выпал луидор. Какова вероятность того, что прохудился левый карман?

Дерево случайного опыта

1. В коробке четыре красных, два синих и пять зеленых шаров. Из коробки достают три случайных шара. Какова вероятность события:

а) «Все три — разных цветов»;

б) «Два шара — одного цвета, а третий — другого»?

2. В Анчурии с вероятностью $p = 0{,}1$ рождается двойня, а тройни не рождаются. В семье премьер-министра Анчурии трое детей. Какова вероятность того, что среди них есть двойняшки?

3. Известно, что в семье двое детей и что один из детей — мальчик. Какова вероятность того, что второй ребенок тоже мальчик?

4. Аня и Катя учатся в классе, где всего 25 человек. Класс случайным образом разбит на две подгруппы численностью 11 и 14 человек. Какова вероятность того, что Аня и Катя окажутся в одной подгруппе?

5. Известно, что при нескольких последовательных бросках игрального кубика сумма всех выпавших очков оказалась равна 4. Найдите вероятность того, что было сделано:

а) два броска;

б) три броска.

6. Стрелок в тире стреляет по мишени. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,1, но при каждом промахе вероятность попасть при следующем выстреле увеличивается на 0,05 — вплоть до 0,95. Найдите вероятность того, что первый раз стрелок попадет в мишень:

а) при втором выстреле;

б) при четвертом выстреле.

7*. В буфете 6 красных и 4 синих чашки, а также 3 красных и 7 синих блюдец. Не глядя, из буфета берут две чашки и два блюдца. Найдите вероятность того, что из них можно составить две одноцветные чайные пары.

8*. При подозрении на пироплазмоз (инфекционное заболевание у собак, переносимое иксодовыми клещами) ветеринар направляет собаку на анализ крови. Анализ может оказаться ложноположительным с вероятностью 0,02 или ложноотрицательным с вероятностью 0,03. В среднем анализ оказывается положительным в 4% случаев.

Пациент Патрик перенес укус клеща и плохо себя чувствует. Поэтому его направили на анализ крови.

а) Найдите вероятность того, что Патрик болеет пироплазмозом.

б) Найдите вероятность того, что Патрик болеет пироплазмозом, при условии, что анализ оказался положительным.

Независимые события

События A и B называются *независимыми*, если наступление одного из них не влияет на вероятность другого:

$$P(A|B) = P(A) \text{ и } P(B|A) = P(B).$$

Если вероятности событий ненулевые, то события независимы, если

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

1. Игральную кость бросают два раза. Какие из событий A, B, C и D независимы?

A = {первый раз выпало 3 очка};

B = {второй раз выпало 5 очков};

C = {сумма выпавших очков равна 8};

D = {сумма выпавших очков равна 7}.

2. На хлебозаводе выпекают буханки. Массу случайной буханки обозначим X г. Являются ли события $X < 820$ и $X > 780$ независимыми?

3. Из множества натуральных чисел от 1 до 100 выбирают три случайных числа, a, b и c, независимо друг от друга. Какие из событий:

$$a + b = 101,\ a + c = 101,\ b + c = 101,$$

независимы? Независимы ли все эти события вместе?

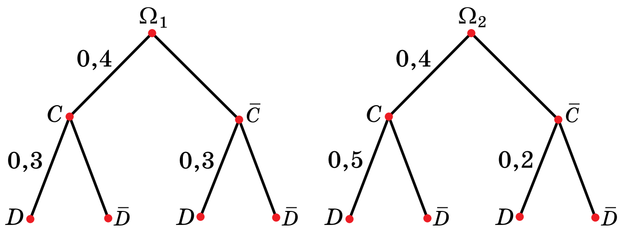
4. В торговом центре стоят два платежных терминала, работающих независимо друг от друга. Инженер, обслуживающий терминалы, приходит после окончания рабочего дня. Вероятность

отказа любого из терминалов к вечеру равна 0,1. Какова вероятность события:

а) «К концу дня оба терминала исправны»;

б) «К концу дня неисправен ровно один терминал»?

5. На рисунке изображены деревья двух случайных опытов, Ω_1 и Ω_2. В каком из них события C и D независимы? Объясните почему и найдите вероятность события D в каждом из этих опытов.



6. Баскетболист на тренировке пять раз бросает мяч в корзину с трехочковой линии. Вероятность попасть в корзину при каждом броске равна $p = 0{,}3$. Какова вероятность того, что баскетболист попадет в корзину:

а) только при первом и третьем броске;

б) только при втором и последнем броске?

7*. В классе 25 человек 2009 и 2010 годов рождения. Какова вероятность того, что ни у кого из них дни рождения не совпадают? Считайте, что даты рождения распределены равномерно по всем дням года.

8*. На узком и длинном шоссе обгон невозможен, поэтому автомобили сбиваются в вереницы. Всего автомобилей больше шести. Найдите вероятность того, что первая вереница состоит из двух автомобилей, а вторая — из пяти.

Условная вероятность и независимые события

1. В некотором случайном опыте имеются независимые события A и B. Их вероятности равны 0,4 и 0,8 соответственно. Найдите вероятности событий:

а) $A \cap B$; б) $A \cup B$; в) $A \cap \bar{B}$.

2. В торговом зале стоят два одинаковых платежных терминала, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в случайный момент времени каждый отдельный терминал неисправен (завис), равна 0,04. Найдите вероятность того, что:

а) оба терминала неисправны;

б) хотя бы один исправен;

в) ровно один неисправен.

3. Игральный кубик бросают дважды. Являются ли независимыми события:

а) A = «в первый раз выпало четное число» и B = «во второй раз выпало больше трех очков»;

б) C = «в первый раз выпало больше трех очков» и D = «в сумме — больше шести очков»?

4. Из коробки, в которой n синих и k красных маркеров, случайным образом по очереди вынимают три штуки. Являются ли независимыми события «Первый маркер красный» и «Третий маркер синий», если:

а) каждый вынутый маркер тут же возвращают в коробку, а маркеры в ней перемешивают;

б) вынутые маркеры в коробку не возвращают.

5. В условии задачи 5 найдите вероятность события «Будут вынуты два красных маркера и один синий», если $n = 12$, $k = 8$, и при этом:

а) вынутые маркеры возвращают в коробку;

б) вынутые маркеры не возвращают.

6. Из множества натуральных чисел от 1 до 100 случайным образом выбирают одно число. Рассмотрим события:

M = «выбранное число делится на 2»,

K = «выбранное число делится на 5»,

L = «выбранное число делится на 7».

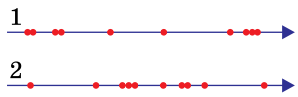
Есть ли среди них независимые?

7*. По длинному узкому шоссе, где обгон невозможен, едет 12 автомобилей. Каждый водитель хочет ехать со своей, присущей только ему скоростью и не зависеть от других. В результате автомобили сбиваются в группы: в каждой группе сзади идущие хотели бы обогнать тех, кто перед ними, но не могут. Какова вероятность того, что образуется ровно три группы, в каждой по четыре машины?

8*. В случайном опыте Ω всего n равновозможных элементарных событий, причем n — простое число. Докажите, что в этом опыте нет пары собственных независимых событий. Событие, которое не совпадает ни с достоверным Ω, ни с невозможным $\varnothing$, называется *собственным* событием опыта.

Рассеивание числовых данных

1. На рисунке на координатных прямых изображены два числовых набора данных. В каком из них рассеивание данных больше?



2. Найдите отклонения данных числового массива

$$-3,\ 5,\ 0,\ 1,\ 2,\ 5,\ 4:$$

а) от числа 3;

б) от числа 9;

в) среднего арифметического этих чисел.

3. Найдите среднее отклонение числового набора $x_1, x_2, \ldots, x_n$ от среднего $\bar{x}$.

4. Найдите средний квадрат $\overline{x^2}$ отклонений массива

$$-3,\ 5,\ 0,\ 1,\ 2,\ 5,\ 4$$

от среднего арифметического этого массива $\bar{x}$.

Дисперсией S_x^2 *числового массива*

$$x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$$

называется средний квадрат отклонения от среднего арифметического.

5. Найдите с помощью таблицы дисперсию массива

$$-3,\ 5,\ 0,\ 1,\ 2,\ 5,\ 4:$$

Число	Отклонение	Квадрат отклонения
...	...	...
	Среднее:	Среднее:

Стандартным отклонением числового массива называется арифметический квадратный корень из его дисперсии.

6. Найдите стандартное отклонение массива

$$-3,\ 5,\ 0,\ 1,\ 2,\ 5,4.$$

7. Дан массив возрастов 10-классников (лет):

$$17,\ 16,\ 16,\ 17,\ 17,\ 16,\ 16,\ 16.$$

В каких единицах измеряется дисперсия этого массива? Стандартное отклонение этого массива?

8*. Дисперсия массива

$$x = \{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\}$$

равна 8. Каждое число умножили на a и получили массив

$$y = \{ax_1,\ \ldots,\ ax_n\}.$$

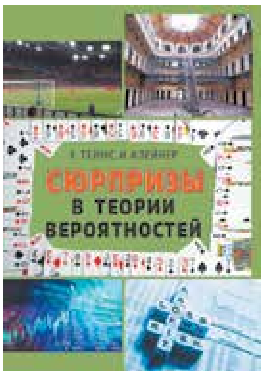
Найдите дисперсию и стандартное отклонение массива y.

9. Дисперсия некоторого набора данных равна 12. К каждому числу прибавили число 3 и получился новый массив. Найдите дисперсию и стандартное отклонение нового массива.

В библиотеке / На книжной полке

СЮРПРИЗЫ В ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теймс Х., Клейнер И. Сюрпризы в теории вероятностей — восемнадцать коротких историй. — М.: МЦНМО, 2025.



Вам интересны примеры использования теории вероятностей в жизни? Вы хотите показать своим ученикам, как работает теория вероятностей и как ее применять? Тогда эта книга точно будет вам интересна, ведь она представляет собой уникальную коллекцию приложений теории вероятностей. В ней вы найдете интересные и увлекательные истории, охватывающие широкий спектр применений теории вероятностей: от азартных игр до теории оптимальной остановки. Книга хороша также тем, что состоит из восемнадцати коротких глав, которые можно читать в любом порядке. Вот некоторые из сюжетов.

Глава 1. Ценность кредита казино. Эта глава демонстрирует несколько удивительных приложений формулы из задачи о разорении игрока, решенной в XVII веке Христианом Гюйгенсом и Блезом Паскалем. Формула используется для анализа фактов знаменитого судебного дела Зарина против налогового управления, связанного с требованием о федеральном налоговом обложении, предъявленным налоговой службой после того, как был списан 3-миллионный долг азартного игрока Давида Зарина перед казино.

Глава 4. Была ли подтасовка в Лиге чемпионов? В марте 2013 года в спортивных передачах и социальных сетях разгорелась жаркая дискуссия о том, была ли жеребьевка четвертьфинала Лиги чемпионов УЕФА сфальсифицирована. Формула XVIII века Реверенда Байеса может пролить свет на предполагаемое манипулирование в Лиге чемпионов.

Глава 8. Метод Монте-Карло и теория вероятностей — рука руку моет. Метод Монте-Карло, названный в честь знаменитого казино в княжестве Монако, впервые был использован для решения задач диффузии нейтронов при исследовании ядерных бомб в Лос-Аламосской научной лаборатории в 1944 году. В настоящее время это один из наиболее часто используемых математических инструментов в научной практике.

Глава 9. Лотерейный абсурд: мир хочет быть обманутым. Множество книг на рынке о лото и рулетке заставляют читателей верить в существование систем, которые помогут побеждать и выигрывать. Две такие системы для лото опровергнуты с использованием нормального распределения.