ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 8 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 17. Случайный выбор. Обобщение

Примерный сценарий урока по теме «Случайный выбор. Обобщение». Учитель может на свое усмотрение использовать сценарий целиком или частично, используя фрагменты наряду с собственными разработками и материалами из учебной литературы. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Используемая литература

1. Математика 7 – 9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. — 3-е изд., стереотипное. —М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. — 256 с.: ил.;

2. Дидактические материалы по теории вероятностей. 8 – 9 классы / И. Р. Высоцкий. — М.:МЦНМО, 2018, 224 с.

Оборудование: калькулятор.

Цель урока — обобщение материала по теме «случайный выбор». Также у учащихся должно сложится представление о том, когда мы в жизни встречаемся со случайным выбором и где он применяется. Знакомство учеников с понятием случайной выборки.

Разбор домашнего задания

Начните урок с разбора последних двух задач из домашнего задания.

5. Случайно выбирают два различных натуральных двузначных числа. Найдите вероятность того, что их сумма окажется чётной.

Решение. Всего двузначных чисел 90. Причём ровно половина из них чётные, а остальные — нечётные. Сумма двух чисел чётна тогда и только тогда, когда оба числа имеют одинаковую чётность. Похожие задачи решались на прошлом уроке.

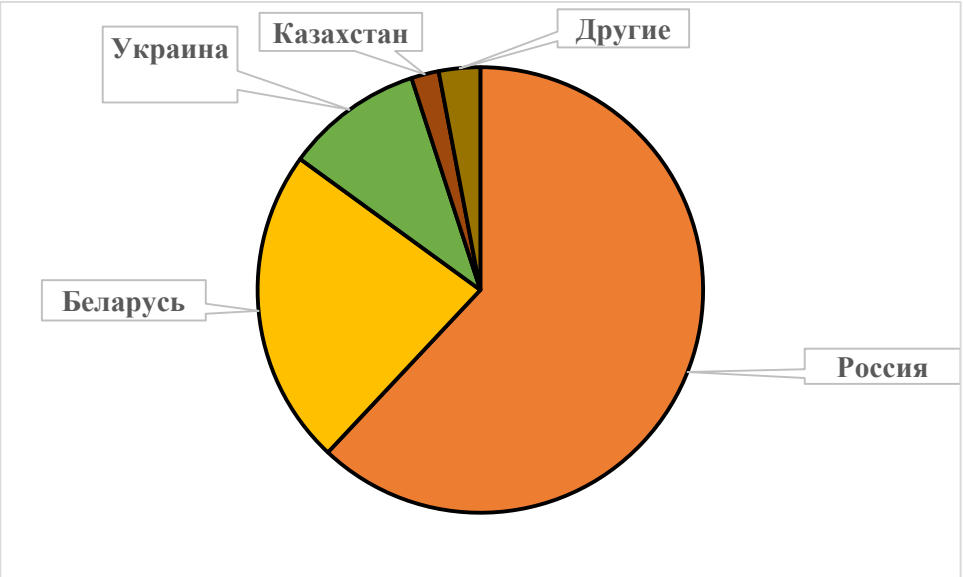
Пусть первое число уже выбрано. Найдём вероятность того, что второе число имеет ту же чётность, что и первое. Всего при выборе второго числа $90-1=89$ элементарных исходов эксперимента. Оно окажется той же чётности, что и первое, в $45-1=44$ случаях. Искомая вероятность равна $\frac{44}{89}\approx 0,494$.

6. Из натуральных чисел от 1 до 1000 случайным образом выбирают два различных числа. Найдите вероятность того, что оба эти числа окажутся не больше 500.

Решение: Два числа выбирают из 1000 чисел. Рассмотрим две группы чисел: первая состоит из чисел от 1 до 500, а вторая — из чисел от 501 до 1000. Найдём вероятность того, что оба числа окажутся в какой-либо одной группе. Пусть первое число выбрано и оказалось в какой-то группе. Второе окажется в той же группе с вероятностью $\frac{500-1}{1000-1}=\frac{499}{999}$. Вероятность того, что оба числа окажутся в первой группе, вдвое меньше: $\frac{499}{999}:2=\frac{499}{1998}\approx 0,2497$.

Повторение (устно)

1. На диаграмме представлены данные о количественном соотношении посетителей интернет-магазина из разных стран. Оцените по диаграмме частоту посещения сайта пользователями из Беларуси.



2. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается на цифру, кратную трём?

3. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме «Неравенства».

4. В группе туристов 30 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

Новый материал

На прошлых уроках разбирались задачи, связанные с выбором наудачу. Случайный выбор — это разновидность случайного опыта с равновозможными элементарными событиями. Элементарным событием в таком опыте является извлечение одного предмета из изучаемой группы. Такая изучаемая группа, из которой выбираются предметы, элементы, или люди для опроса или испытаний, называется ***совокупностью*** или ***генеральной совокупностью***.

После выбора одного предмета случайный выбор можно продолжить: из всей совокупности или только из оставшихся предметов можно выбрать ещё один, затем — ещё один и т.д. Собранное таким способом множество называют ***случайной выборкой***[1] из совокупности. Численность выборки обычно назначают заранее.

Случайную выборку можно получить иначе: сразу выбрать наудачу из общей совокупности нужное число предметов. Два карандаша из пяти можно выбирать наудачу один за другим, а можно взять два случайных карандаша сразу. Замечательно, что в обоих случаях вероятность выбора каких-нибудь двух определенных карандашей одна и та же.

В социологических исследованиях выбор наудачу используется для формирования группы опрашиваемых людей. При контроле качества выпускаемой продукции также используется выбор наудачу, чтобы сократить расходы на контроль. Случайный выбор также очень важен при испытаниях новых лекарств и выяснении, насколько они эффективны и какие побочные эффекты могут дать.

Пример 1. Пусть при испытаниях нового лекарства его получили случайно выбранные 10% больных. При этом оказалось, что из тех, кто получил лекарство, выздоровела половина, а из всей совокупности больных выздоровели 60%. Что можно сказать по поводу эффективности данного лекарства?

Желательный результат обсуждения. С первого взгляда кажется, что применение лекарства наносит лишь вред (выздоровело 50% вместо 60%). Но этот вывод может оказаться неверным. Возможно такое, что среди получавших лекарство была большая доля тяжелобольных с минимальными шансами на выздоровление. В этом случае результат в 50% можно считать хорошим.

Имея это в виду, часто при испытании новых лекарств делают случайную выборку из всей совокупности пациентов, чтобы избежать систематических различий. Затем в выборке применяют новое лекарство и

[1] Очень часто слово «выборка» употребляется без указания на то, из какой совокупности эта выборка сделана. Это — ошибка. Нельзя говорить о выборке без указания на всю совокупность.

смотрят на результаты. А тем, кто не попал в выборку, дают плацебо[2]. Ни лечащие врачи, ни пациенты не знают, какая группа какие таблетки получает.

Еще одна проблема в исследованиях — результаты лечения очень изменчивы. Возникает вопрос, какое различие в долях выздоровевших в двух группах можно считать значимым.

Обычно нельзя полагаться на то, что выбор совершенно случаен. Редко когда доклады на конференции распределяют случайно. Даже две последние цифры телефонного номера могут оказаться не вполне случайными, поскольку комбинации 00, 01 и т.п. операторы мобильной связи иногда резервируют для своих сотрудников. Случайно набранные 16 цифр не обязательно будут являться номером банковской карты.

Иногда важно, чтобы случайный выбор был действительно абсолютно случайным. Тогда требуются специальные средства, которые обеспечивают совершенную случайность.

Пример 2. Автомобильный номер содержит три цифры. Георгий пошел в ГАИ зарегистрировать свой новый автомобиль. Какова вероятность того, что его номер будет состоять из трёх одинаковых цифр?

Желательный результат обсуждения. Предположив, что все наборы цифр от 000 до 999 в автомобильном номере равновозможны, можно найти искомую вероятность (она будет равна $\frac{10}{1000} = 0,01$). Насколько это предположение соответствует действительности, зависит от принятой системы выдачи номеров. Это вопрос не к математикам, а к госавтоинспеции.

Организовать по-настоящему случайный выбор непросто. Для этого требуются специальные методы: нужно бросать жребий, использовать таблицы случайных чисел и т. п.

Если выбор поручить человеку, то выбор не окажется случайным. Многочисленные опыты показали, что равномерного распределения шансов при этом не получается. Например, если человек пытается по своему разумению осуществить случайный выбор ученика из списка класса, то чаще всего шансы учеников, стоящих первыми и последними в этом списке, будут ниже, чем у остальных.

[2] Плацебо (от лат. слова «нравится») — безвредная имитация лекарства.

Практическая работа

Цель исследования. Установить, можно ли считать первую пришедшую в голову цифру от 0 до 9 случайной.

Ход исследования. В классе должно присутствовать по крайней мере 20 учащихся. Каждый ученик, приготовив заранее листок бумаги и ручку, по команде учителя, не задумываясь, быстро пишет на листке четыре первые пришедшие ему в голову цифры от 0 до 9.

Затем все листки сдаются учителю. Учитель сам или с помощником подсчитывает, сколько раз написана каждая из цифр. Полученные данные заносятся в таблицу.

Результаты исследования

Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сколько раз эта цифра написана										

Анализ результатов. Если выбор носит случайный характер, то все цифры должны встретиться примерно одинаковое количество раз. Например, если в классе 20 учеников, то всего получено 80 цифр. Тогда каждая цифра должна встречаться примерно 8 раз. Если цифра встречается менее 4 раз, то ее можно считать «редкой». Если цифра встретилась более 12 раз, то такая цифра «частая». Пользуясь построенной таблицей, ответьте на вопросы.

а) Есть ли в таблице «частые» и «редкие» цифры?

б) Попробуйте объяснить, какие исторические явления и культурные традиции связаны с числами 3 и 7. А с числом 8?

Выводы и итоги урока

Случайный выбор широко применяется при опросах, при испытаниях лекарств, при контроле продукции, в шифровании, в лотереях и жребиях. Чаще всего выбор не бывает абсолютно случайным: шансы отдельных исходов немного не равны. Если нужен совершенно случайный выбор, то приходится использовать специальные генераторы случайных чисел. Сейчас генератор случайных чисел есть в любом компьютере (например, в Excel). Раньше приходилось использовать телефонные книги, таблицы математических функций и т.п. Во время войны научились получать случайные последовательности, записывая случайный электромагнитный шум атмосферного электричества.

Рекомендуемое домашнее задание см. Приложение.

Приложение

Домашнее задание

1. В газете написали, что 10% граждан имеют доход, который в 15 или более раз превышает средний. Стоит ли верить этому заявлению?

2. Симметричную монету бросают четыре раза. Запишите все элементарные исходы в этом эксперименте. Около каждого подпишите число орлов и найдите вероятности событий "выпало k орлов" для всех возможных k. Заполните таблицу.

Число орлов (k)	0	1	2	3	4
Вероятность					

3. В случайном опыте монету бросают пять раз. Петя считает, что вероятность того, что орел выпадет ровно один раз, больше чем 0,2. Прав ли Петя?

4. Маша и Коля играют в игру, многократно кидая по очереди два игральных кубика. Маша получает очко, если сумма выпавших очков больше 8, а Коля – если сумма очков равна либо 6, либо 7. У кого больше шансов выиграть?

5. Числа от 1 до 126 случайным образом делят на 7 равных групп по 18 чисел в каждой. Найдите вероятность того, что числа 1 и 126 попадут в одну и ту же группу.

6. В случайном опыте выбирают два случайных двузначных числа. Найдите вероятность того, что они дают одинаковый остаток при делении на 3.