МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 8 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 12. Благоприятствующие элементарные события

Примерный сценарий урока по теме «Благоприятствующие элементарные события». Учитель может на свое усмотрение использовать сценарий целиком или частично, используя фрагменты наряду с собственными разработками и материалами учебника[1]. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Цель урока — сформировать у школьников понимание того, что все события в случайном опыте состоят из элементарных событий. Познакомиться со способами описания событий: словесным и с помощью перечисления элементарных событий.

Повторение (устно). Обсудите с учащимися следующие вопросы.

1. Какие опыты называют опытами с равновозможными элементарными событиями?
2. Приведите примеры опытов с равновозможными элементарными событиями.
3. Сформулируйте свойство вероятностей элементарных событий.
4. Сколько элементарных событий наступает в результате случайного опыта?
5. Могут ли вероятности элементарных событий в случайном опыте быть не равны друг другу?

Новый материал

Элементарные события можно обозначать разными способами. Можно использовать малые буквы латинского алфавита или специальные обозначения. Для обозначения неэлементарных случайных событий обычно будем использовать большие латинские буквы A, B, C, D и т. д.

Каждое событие состоит из элементарных событий.

Пример 1. При бросании игральной кости событие «чётное число очков» состоит из трёх элементарных событий: 2, 4 и 6.

[1] Математика 7-9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

Определение. Элементарные события, при которых наступает событие *A*, называются ***благоприятствующими событию A***.

Таким образом, можно сказать, что, событию «выпадет чётное число очков» благоприятствуют три элементарных события: «два очка», «четыре очка», «шесть очков».

Получается, что **случайные события состоят из благоприятствующих им элементарных событий**. Поэтому вместо словесного описания события можно его описать перечислением благоприятствующих элементарных событий в фигурных скобках. Например, событие *A* «чётное число очков» можно записать так: $A=\{2,4,6\}$.

В случайном опыте наступает одно и только одно из элементарных событий. Но если элементарное событие благоприятствует двум различным событиям A и B, то события A и B могут произойти одновременно.

Пример 2. Игральную кость бросают один раз. Рассмотрим события *A* «выпадет чётное число очков» и *B* «выпадет число очков, кратное трём» при бросании игральной кости. Запишем эти события перечислением элементарных:

$$A=\{2,4,6\},\quad B=\{3,6\}$$

Элементарное событие «шесть очков» благоприятствует и событию *A*, и событию *B*. Поэтому если выпало 6 очков, то можно сказать, что случились оба эти события.

Предложите ученикам решить следующие задачи.

Пример 3. Симметричную монету бросили три раза. Сколько всего элементарных исходов в таком эксперименте?

а) Запишите перечислением элементарных исходов в фигурных скобках событие *A* «во второй раз выпал орёл».

б) Опишите словами событие $B=\{OOP,\ OPO,\ POO\}$.

в) Выпишите элементарные события, благоприятствующие событию *C* «ни разу не случились две решки подряд».

Ответ. В этом эксперименте всего 8 элементарных исходов, причём все они равновозможны; а) $A=\{OOO,\ OOP,\ POO,\ POP\}$; б) «решка выпала ровно один раз»; в) элементарных исходов, благоприятствующих событию С, всего пять: OOO, OOP, OPO, POO, POP.

Пример 4. Правильную игральную кость бросают дважды. Сколько всего элементарных событий в этом эксперименте?

а) Запишите перечислением элементарных исходов в фигурных скобках событие *A* «сумма выпавших очков меньше четырёх».

б) Опишите словами событие $B=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$.

в) В таблице этого случайного опыта отметьте элементарные события, благоприятствующие событию C «результат первого броска больше результата второго на 2».

Ответ. В этом эксперименте всего 36 элементарных исходов, причём все они равновозможны; а) $A=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$; б) «выпало одинаковое количество очков в первый и второй раз»;

в)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3	×					
4		×				
5			×			
6				×		

Пример 5. Игральную кость бросают дважды. Сколько элементарных событий благоприятствуют одновременно событию A «во второй раз выпало более 4 очков» и событию B «сумма выпавших очков делится на 3»?

Решение. Составим таблицу эксперимента и отметим элементарные события, благоприятствующие событию A, синим цветом, а событию B — крестиками. Обоим событиям благоприятствуют четыре элементарных: $(1,5),(3,6),(4,5),(6,6)$

	1	2	3	4	5	6
1		×			×	
2	×			×		
3			×			×
4		×			×	
5	×			×		
6			×			×

Пример 6. Стрелок в тире стреляет по мишени, пока не собьёт её.

а) Сколько всего элементарных событий в таком эксперименте?

б) Промах обозначим числом 0, а попадание — числом 1. Какие из следующих событий не являются элементарными событиями данного эксперимента: $A=0001; B=101; C=1; D=00010$?

в) Запишите перечислением элементарных событий событие «стрелку потребуется не больше трёх выстрелов».

Желательный результат обсуждения.

а) В этом эксперименте бесконечно много элементарных исходов.

б) Так как стрельба оканчивается успешным выстрелом, элементарными событиями данного эксперимента будут

1, 01, 001, 0001, 00001

и так далее.

Каждое элементарное событие оканчивается единицей — попаданием. Перед единицей может быть последовательность нулей — промахов. Поэтому события B и D не являются элементарными событиями данного эксперимента.
в) $\{1;01;001\}$.

Пример 7. Константин, Леонид и Михаил купили по одной порции мороженого. Всего было куплено мороженое трёх сортов: абрикосовое, брусничное и вишневое. Введите подходящую систему обозначений для элементарных событий такого эксперимента. Запишите все элементарные события, благоприятствующие событиям:

а) «Константин купил абрикосовое мороженое»;
б) «Леонид не купил брусничное мороженое»;
в) «Михаил купил либо абрикосовое, либо вишнёвое мороженое»;
г) «У Леонида ни брусничное, ни вишнёвое мороженое».

Желательный результат обсуждения. Здесь важно предложить школьникам самим придумать обозначения для элементарных событий. И важно не ограничивать их фантазию, но направлять ее. Хорошо, если систем записей будет не одна и даже не две. В этом случае следует потратить две-три минуты урока на то, чтобы обсудить, какая из записей лучше: проще или понятнее.

Можно ввести буквы для сортов мороженого (например, А, Б, В). Можно обозначить буквами имена (К, Л, М). Можно предложить табличную запись, можно — строки вида КАЛВМБ или просто три буквы АБВ и т.п. Ниже приведены две возможные записи в виде таблиц.

Константин	**Леонид**	**Михаил**
А	Б	В
А	В	Б
Б	А	В
Б	В	А
В	А	Б
В	Б	А

Абрикосовое	**Брусничное**	**Вишнёвое**
К	Л	М
К	М	Л
Л	К	М
Л	М	К
М	К	Л
М	Л	К

Следует сравнить эту задачу с задачей про богатырей (пример 6) из предыдущего урока. Что общего и чем различаются эти случайные опыты? Можно ли события в опыте с выбором дороги «переписать» для опыта с выбором мороженого?

Пример 8. В классе 5 учеников, среди которых учится Петя. Учитель в течение урока по очереди вызывает к доске двух человек. Сколько элементарных событий благоприятствует событию «Петю вызвали к доске»?

Желательный результат обсуждения. Случайный эксперимент заключается в выборе упорядоченной пары учеников из имеющихся пяти. Петя может со-

стоять в паре с четырьмя различными учениками, причём с каждым в двух вариантах: когда Петя выходит к доске первым, и когда — вторым. Итого 8 элементарных событий. Обсудите со школьниками, можно ли (или при каких условиях можно) считать элементарные события в таком опыте равновозможными.

Выводы и итоги урока. Элементарные события, при которых наступает событие *A*, называются благоприятствующими событию *A*. Случайное событие можно понимать как множество, состоящее из благоприятствующих ему элементарных событий.

Рекомендуемое домашнее задание: см. Приложение

Приложение

Домашнее задание

1. Шахматисты Андреев и Борисов играют между собой. Игра может окончиться победой одного из них или вничью. Придумайте обозначения для элементарных событий в этом случайном опыте. Какие элементарные события благоприятствуют событию «Андреев не проиграет»?

2. В таблице случайного опыта с двумя бросками игральной кости укажите элементарные события, которые благоприятствуют событиям:

а) «сумма очков равна 7»;

б) «при втором броске выпало больше очков, чем при первом»;

в) «сумма очков не меньше 6»;

г) «произведение очков равно 18».

Сколько элементарных событий благоприятствует каждому из этих событий?

3. Биатлонист делает по одному выстрелу в каждую из пяти мишеней. Что является элементарным событием в этом опыте? Можно ли считать их равновозможными? Сколько элементарных событий благоприятствует событию:

а) «биатлонист попал ровно в четыре мишени»;

б) «биатлонист попал ровно в одну мишень»?

4. Симметричную монету бросают три раза. Что является элементарными событиями в этом опыте? Сколько их? Равновозможны ли они? Перечислите элементарные события, благоприятствующие событию:

а) «выпал ровно один орёл»;

б) «выпала ровно одна решка»;

в) «при втором бросании выпала решка»;

г) «при третьем бросании выпал орел».

Сколько элементарных событий благоприятствует каждому из этих событий?

5. Игральную кость бросают дважды. Сколько элементарных исходов благоприятствуют одновременно событию A «сумма очков больше шести» и событию B «произведение выпавших очков — нечётное число»?