

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 8 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 1 – 2. Повторение. Описательная статистика. Среднее значение, медиана числового набора

Документ содержит задачи для вводного повторения материала по статистике за 7 класс. Учитель может на свое усмотрение использовать материалы целиком или частично наряду с собственными разработками и материалами учебника¹. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Материал для повторения

Числовые данные сначала нужно подходящим способом представить, а затем — описать. Однородные данные удобно описывать одним числом. Для этого в разных случаях используются среднее арифметическое, медиана, наибольшее или наименьшее значение и другие характеристики. Выбор подходящей характеристики делают, исходя из цели исследования и природы данных. Часто на выбор описательного параметра влияют сложившиеся традиции.

Наименьшее и наибольшее значения в некоторых случаях являются естественными описательными параметрами (спортивные рекорды и т.п.), но иногда они наименее надежные показатели.

Размах — мера рассеивания данных. Он показывает, как далеко отстоят друг от друга наибольшее и наименьшее значения. Размах часто используется в грубых бытовых измерениях.

Среднее арифметическое набора чисел равно отношению суммы чисел к их количеству. Оно имеет ясный физический смысл — «точка равновесия» данных на числовой прямой. Его разумно применять в качестве меры центра для суммируемых величин (объем производства, доходы, расходы, численность населения и т.п.).

Однако среднее арифметическое не подходит для прогнозов в случае, когда величина сильно меняется во времени (имеет тенденцию к росту или падению). Кроме того, оно неустойчиво к выбросам, так как зависит от всех значений массива данных. Более устойчивой к выбросам характеристикой является **медиана**.

¹ Математика 7-9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

Число t называется медианой числового набора, если в этом наборе хотя бы половина чисел не больше числа t и хотя бы половина чисел не меньше числа t .

Медиана набора числовых данных иногда определяется неоднозначно. Но на практике в таких случаях в качестве медианы используют среднее арифметическое двух срединных чисел.

Средним геометрическим n положительных чисел называют такое положительное число a , что число a^n равно произведению данных чисел. **Средним гармоническим** набора, в котором n положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n , называется величина
$$h = \frac{n}{1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_n}.$$

Дисперсия — мера рассеивания данных, равная среднему квадрату отклонения от среднего арифметического.

Задачи

Базовый уровень

1. Найдите среднее арифметическое набора чисел:

- а) 3; 3; 3; 3; 3.
- б) 1; 2; 3; 4; 5.
- в) – 2; 1; 5; 9; 12.

2. В наборе 20 чисел, среднее арифметическое равно 2,6. Чему будет равно среднее, если

- а) все числа умножить на 10;
- б) от каждого числа набора отнять 0,6;
- в) если к наибольшему числу набора, прибавить 8.

3. Найдите медиану числового набора:

а) – 3; 7; –1; 0; 12. б) $\frac{1}{3}$; –2; 0,3; 1.

4. Как изменится медиана числового набора, если:

- а) все числа набора разделить на 5;
- б) наибольшее число набора увеличить в 10 раз;
- в) убрать из набора наибольшее и наименьшее числа.

5. Приведите пример числового набора, у которого медиана равна наибольшему значению, а среднее в 2 раза меньше медианы.

6. Дан числовой набор: 3; 12; –2; –5; 5; 7; 0; 8.

Проверьте, пользуясь определением, является ли медианой этого набора

- а) число 4,5; б) число 5; в) число 6?

7. В отделе маркетинга фирмы два подразделения: планирования и оперативного управления. В подразделении планирования средняя зарплата сотрудников составляет 87 тыс. руб., а в подразделении оперативного управления – 77 тыс. руб. Найдите среднюю зарплату по отделу маркетинга, если:

- а) В каждом подразделении работают по 11 сотрудников;
- б) Если в подразделении планирования работают 7 сотрудников, а в подразделении оперативного управления – 13.

8. Управляющая компания жилого района изучала вопрос о количестве автомобилей у жильцов нового квартала. Данные исследования приведены в таблице. В домах разное количество подъездов, но одинаковое количество этажей.

Номер дома	Количество подъездов	Количество автомобилей
1	3	198
2	1	71
3	2	104
4	3	179
5	4	217
6	4	229
7	1	64

- а) Найдите среднее количество автомобилей на подъезд.

9. В таблице представлены данные² о численности населения семи крупнейших городов Московской области.

	Город	Население, тыс. чел.
1.	Балашиха	490,0
2.	Королёв	224,5
3.	Красногорск	171,8
4.	Люберцы	207,3
5.	Мытищи	222,7
6.	Подольск	304,2
7.	Химки	254,7

Найдите среднее арифметическое, медиану данных и медианного представителя. Какое среднее лучше характеризует численность населения типичного крупного подмосковного города?

10. Покажите, что не существует числового набора, который обладает одновременно следующими свойствами:

- размах равен 10;
- среднее арифметическое равно 7;
- середина интервала значений равна 12

² По информации на 1 января 2019 года.

Углубленный уровень

11. С помощью калькулятора найдите среднее геометрическое чисел:

1,41 1,19 1,52 1,37.

Ответ округлите до сотых.

12. Таблица содержит данные о ценах на нефть за 8 лет.

Изменение цены нефти марки Brent (в USD за баррель)

Год	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Среднегодовая цена	111,4	108,1	99,4	54,0	45,4	54,7	71,7	64,8
Динамика в %	0,5	-3,0	-8,0	-45,7	-15,9	20,5	31,1	-9,6

а) Найдите среднее годовое изменение цены нефти.

б) Найдите среднюю цену на нефть за 2011 год.

13. В студии, занимающейся ручной росписью одежды, работают три художника: Татьяна, Анна и Марина. Заказ на одну футболку Татьяна выполняет за 70 минут, Анна – за 50, а Марина – за 65. За сколько минут в среднем выполняет заказ на футболку один художник в этой студии? Ответ округлите до десятых.

14. На соревнованиях по плаванию команда юниоров, состоящая из четырех человек, плыла эстафету 4×50м вольным стилем. Результаты спортсменов представлены в таблице.

Спортсмен	Иванов	Петров	Сидоров	Смирнов
Время, с	38	42	40	36

Найдите среднюю скорость участника команды на дистанции в км/ч. Результат округлите до сотых.

15. Как изменится дисперсия числового набора, если:

а) все числа набора увеличить на 5;

б) все числа набора умножить на -2.

16. Среднее арифметическое набора чисел 7; 13; 4 равно 8, а дисперсия этого набора равна 14. Не вычисляя, укажите, чему равно среднее арифметическое и дисперсия набора чисел:

а) 70; 130; 40; б) -21; -39; -12; в) 6; 12; 3; г) 15; 27; 9.

17. В русскоязычном научном журнале опубликована статья, посвящённая уссурийским медведям, обитающим в дальневосточной тайге. Среди прочего написано, что средняя масса уссурийского медведя 130 кг, а дисперсия массы

(в кг) равна 24. Чтобы опубликовать эту статью в английском журнале, потребовалось перевести эти данные в фунты. Известно, что в 1 килограмме 2,2 фунта.

а) Выразите среднюю массу медведя в фунтах.

б) Найдите дисперсию массы медведя, выраженной в фунтах.

18. На деревообрабатывающем комбинате выбранные для контроля доски проверяют на соответствие стандартам. Если доска не имеет серьёзных дефектов, её измеряют, чтобы выяснить, насколько её размеры отклоняются от заданных (номинальных). Для этого ширину и толщину доски измеряют в четырёх местах. В таблице приведены результаты четырёх измерений доски номинальной шириной 200 мм и номинальной толщиной 20 мм.

Замер	1	2	3	4
Ширина, мм	202	204	203	201
Толщина, мм	20	19	20	21

а) Найдите размах измерений ширины;

б) Найдите дисперсию измерений толщины.

Требование государственного стандарта (ГОСТ): Допустимые отклонения от номинального значения: по ширине – 3 мм, по толщине – 1 мм. Если максимальное отклонение по ширине или по толщине больше, чем допустимое, доску признают бракованной.

в) Следует ли доску, измерения которой даны в таблице, признать бракованной? Обоснуйте свой ответ.

Ответы и решения задач

1. а) 3; б) 3; в) 5.

Средние значения легко найти почти без вычислений, если заметить, что наборы симметричны.

2. а) 26; б) 2; в) 3.

3. а) 0; б) любое число от 0,3 до $\frac{1}{3}$.

4. а) медиана также разделится на 5; б,в) не изменится.

5. Набор 2; 2; -1. Среднее равно 1, медиана равна 2.

6. По определению, медиана – любое число от 3 до 5. поэтому: а,б) да; в) нет.

7. а) 82; б) 80,5.

8. а) 59 машин.

9. Среднее приблизительно 267,9, медиана 224,5, медианный представитель – Королёв. Медиана лучше характеризует численность населения типичного крупного подмосковного города, среднее сильно «сдвинулось вверх» из-за выброса – населения Балашихи.

10. Зная середину интервала значений и размах, легко найти наименьшее и наибольшее значение: 7 и 17. Среднее арифметическое может быть равно наименьшему значению тогда и только тогда, когда все числа набора одинаковы, а это не так. Противоречие.

11. 1,37

12. Добавим в таблицу строку «Множитель», в которую внесем значения коэффициентов изменения цены:

Год	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Среднегодовая цена	111,4	108,1	99,4	54,0	45,4	54,7	71,7	64,8
Динамика в %	0,5	-3,0	-8,0	-45,7	-15,9	20,5	31,1	-9,6
Множитель	1,005	0,970	0,920	0,543	0,841	1,205	1,311	0,904

Среднее геометрическое множителей равно 0,935, а среднее годовое изменение цены нефти соответственно равно -6,5%. Средняя цена на нефть за 2011 год приблизительно равна 110,8.

13.
$$\frac{3}{\frac{1}{70} + \frac{1}{50} + \frac{1}{65}} \approx 60,4$$

14. Найдем приближенно средние скорости каждого спортсмена на дистанции в км/ч:

Спортсмен	Иванов	Петров	Сидоров	Смирнов
Время, с	38	42	40	36
Скорость, м/с	50/38	50/42	50/40	50/36
Скорость, км/ч	4,737	4,286	4,5	5

Среднее гармоническое скоростей приблизительно равно 4,62 км/ч.

15. а) не изменится; б) увеличится в 4 раза.

16. Ответы в таблице:

	Среднее арифм.	Дисперсия
а)	80	1400
б)	-24	126
в)	7	14
г)	17	56

17. а) Среднее равно $130 \times 2,2 = 286$ фунтов.

б) Дисперсия равна $24 \times 2,2^2 = 24 \times 4,84 = 116,16$.

18. а) 3; б) 0,5; в) следует, поскольку максимальное отклонение 4 мм по ширине от номинального значения больше, чем допустимое.