

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 7 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 59. Зачем нужно знать вероятность событий

Примерный сценарий урока по теме «Зачем нужно знать вероятность событий». Учитель может на свое усмотрение использовать сценарий целиком или частично наряду с собственными разработками и материалами учебника¹. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

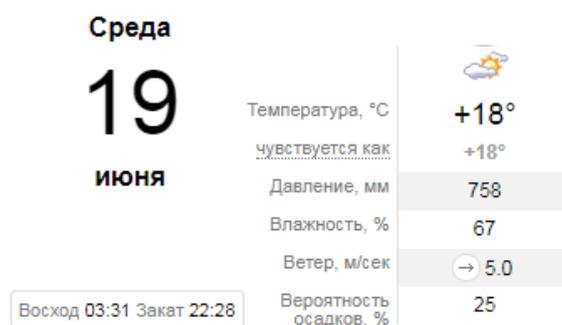
Цель урока – сформировать первичные представления о случайных событиях и их вероятностях, о роли теории вероятностей в окружающем мире – в обществе, науке, на производстве.

Вероятность случайного события – это числовая мера его правдоподобия. Вероятность невозможного события полагают равной нулю, а достоверного – единице. Вероятности прочих событий – это числа от 0 до 1. Чем больше шансов у такого события произойти, тем выше его вероятность.

Иногда вероятности событий удается назначить, исходя из того, как устроен эксперимент. Например, монета выпадает орлом или решкой с вероятностью 0,5 в силу симметрии. Но чаще всего вероятности событий нам неизвестны. Поэтому приходится их вычислять или измерять.

Иногда вероятности элементарных событий удается вычислить, исходя из известных вероятностей в более простом эксперименте (например, так можно найти вероятность выпадения трех шестерок при бросании трех костей). Если этого сделать нельзя, то, повторяя один и тот же случайный опыт много раз, можно найти частоту события, которая при увеличении числа опытов приближается к неизвестной вероятности. Таким образом, измерение вероятностей производится путем определения частоты события в статистических опытах. Отметим, что таким образом находится не сама вероятность, а ее *оценка* – приближенное значение.

Пример 1. Предположим, что метеорологи сообщают, что сегодня вероятность дождя равна 0,25. Это означает, что если бы погодные условия сегодняшнего дня



¹ Математика 7 – 9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

сохранялись на протяжении многих дней, то примерно в 25% случаев шел бы дождь.

Зачем же нам знать вероятность этого события? Вероятность 0,25 говорит лишь о том, что дождь вполне возможен. Мы можем решить, брать ли с собой зонтик на прогулку. Но нам не обязательно знать точную вероятность – достаточно знать, что, возможно, пойдет дождь.

Как правило, нужно знать, является ли дождь событием очень маловероятным или практически достоверным. Если вероятность дождя крайне мала, и мы это знаем, то не будем брать с собой зонтик. А если все же дождь пойдет, мы расценим это как удивительное событие, которое случилось, хотя и считалось очень маловероятным.

Но есть люди различных профессий, которым важно уметь оценивать вероятности, и чем точнее, тем лучше.

Метеорология

Пример 2. На сегодняшний день в Москве действует система СМС-оповещений граждан о надвигающихся на город природных катаклизмах, которые могут представлять угрозу жизни и здоровью граждан. Мы периодически получаем сообщения от МЧС (рис. 1).



Рис. 1 Сообщения от МЧС

Метеорологи изучают погодные условия, делают прогнозы, основываясь на оценках вероятности того или иного погодного явления (скорость ветра, град, гроза), и в зависимости от этого определяют уровень погодной опасности.

Согласно международным стандартам, погодные условия характеризуются цветовой шкалой. Цвет говорит о том, насколько опасными являются сложившиеся или прогнозируемые погодные условия. Шкала состоит из четырех цветов (см. табл.1).

Табл. 1 Классификация уровня погодной опасности

	Уровень опасности	Характеристика
1	Зеленый	Погода не опасна, неблагоприятные явления погоды маловероятны.
2	Желтый	Погода потенциально опасна, вероятны неблагоприятные явления (осадки, грозы, порывы ветра, высокие или низкие температуры и др.).
3	Оранжевый	Погодные условия представляют опасность – высокая вероятность шквалов, ливней, гроз, града, снегопада, метели и пр. Явления могут привести к ущербу, возможны жертвы.
4	Красный	Погодные условия очень опасны – возможны метеорологические явления экстремальной интенсивности, которые могут причинить серьезный ущерб и стать причиной многочисленных жертв.

В зависимости от уровня погодной опасности и вероятности наступления прогнозируемых явлений МЧС принимает решение об оповещении граждан, а также о приведении служб и техники в готовность.

Предложите учащимся предположить уровень опасности каждого сообщения от МЧС с рисунка 1.

Метеорологи в своей профессиональной деятельности оценивают вероятность того или иного явления, а также следят за изменением этой вероятности.

Например, если крупное кучевое облако с мощным вертикальным развитием превращается в «наковальню» или «гриб» (то есть расширяются с высотой), выбрасывая при этом опахала перистых и/или перисто-слоистых облаков, — есть вероятность града. Причем вероятность града тем выше, чем больше высота облака.



Точные измерения вероятностей не нужны в быту, но они нужны специалистам, имеющим дело с прогнозами в метеорологии, экономике и с другими массовыми явлениями.

Медицина

В уроке 56 обсуждались вероятности побочных эффектов лекарственных препаратов. Рассмотрим эту тему подробнее.

Пример 3. Прежде чем новое лекарство поступит в продажу, производится тщательное изучение его безопасности, эффективности и побочных эффектов.

Сначала испытания нового лекарства проводятся на отдельных тканях и на лабораторных животных с целью оценки рисков, а уже потом исследуется его действие на человеке. Необходимо оценить соотношение рисков побочных действий с ожидаемой пользой.

Исследование действия препарата на человеке (клинические испытания) проходит в несколько этапов. Сначала препарат принимает небольшая группа добровольцев, и на основе собранных данных оценивается риск для здоровья. Если риски минимальны, то испытания продолжаются на большем числе пациентов². На основе собранных данных оценивается вероятность лечебного эффекта и вероятность осложнений при приеме лекарства. Затем составляются инструкции к препарату, понятные не только исследователям, но и врачам, и пациентам.

Пример 4. В августе 1945 года на японские города Хиросима и Нагасаки были сброшены ядерные бомбы, что привело к ужасающим разрушениям и жертвам. Примерно 200 000 людей сразу погибло от взрыва и сильной радиации. Около половины из тех, кто выжил, приняли участие в исследованиях на протяжении всей жизни³.

Медики собрали статистику о заболеваниях у людей, получивших высокую дозу радиации. Также оценивалась вероятность патологий у потомков облучённых.

Например, в ходе исследования было установлено, что злокачественные новообразования и генетические нарушения могут возникать при любых дозах облучения. С увеличением дозы радиации повышается не тяжесть этих болезней, а вероятность их возникновения⁴.

² Популяция пациентов на финальной стадии клинического исследования зависит от типа лекарства и заболевания и колеблется от 500 до 3000 и более.

³ Исследования начались в 1947 году и сейчас проводятся Фондом изучения последствий радиации (Radiation Effects Research Foundation, RERF). Фонд финансируется правительствами Японии и США. Всего в исследованиях приняли участие 100 000 выживших, 77 000 их детей и 20 000 людей, которые не подвергались воздействию радиации.

⁴ Для количественной оценки вероятности заболевания принята консервативная гипотеза о линейной зависимости вероятности отдаленных последствий от дозы облучения

Данные стали основой для определения безопасных доз облучения для работников атомной отрасли. Также результаты исследования широко использовались и используются медиками, работающими с пострадавшими от аварий АЭС в Чернобыле и в Фукусиме и от других аварий с радиационными выбросами.

Инженерная деятельность

Любая новая техника подробно изучается. Важная инженерная задача — создание безопасных технологий и техники.

Пример 5. На атомных электростанциях собирается статистика работы реактора. Это нужно для изучения поведения реактора в случае сбоя в его работе и для подготовки персонала. Определяется ядерная безопасность реактора – свойство реакторной установки *с высокой вероятностью* предотвращать ядерную аварию. В процессе испытаний исследуется поведение реактора и вспомогательных систем на разных мощностях, работоспособность аварийных систем и так далее. Специалисты по безопасности делают точный прогноз и оценивают вероятности возможных сбоев, пишут инструкции на случай той или иной чрезвычайной ситуации.

История атомной энергетики знает печальные последствия недооценки вероятности аварий.

В 1986 году на 25 апреля была запланирована остановка 4-го энергоблока Чернобыльской АЭС для ремонта. Во время таких остановок обычно проводятся испытания оборудования.

26 апреля 1986 года примерно в 1:24 ночи на энергоблоке произошёл взрыв, который разрушил реактор. Причина была в том, что персонал станции не знал, что из-за изменения режима реактора резко возросла вероятность взрыва. Последствия известны всему миру – произошла крупнейшая и истории атомной энергетики катастрофа.

Соблюдения правил безопасности требует и более привычная нам техника. С повышением скоростей и мощностей автомобилей растут требования к их исправности.

Пример 6. Перед массовым выпуском новый автомобиль испытывают на разных скоростях и на разных дорогах, в дождь, в снег и в гололёд, при различном направлении и скорости ветра. В ходе испытаний оцениваются скорость, экономичность, торможение, управляемость и устойчивость, плавность хода, проходимость, шум и вибрация, эргономические свойства, надёжность,



Рис. 2 Разрушенный энергоблок Чернобыльской АЭС

пассивная безопасность и др. Исследуется вероятность отказа тормозной системы, ремней и подушек безопасности.

К сожалению, иногда конструкторы совершают ошибки. Если выявляется опасный недостаток в конструкции, то компания отзывает машины для устранения дефекта. Часто отзыв партии осуществляется на основе оценки вероятности отказа какой-либо системы. Если она высокая⁵, то партию автомобилей отзывают.

Например, компания Ford в 1996 году отозвала 8,6 млн. автомобилей после того, как 875 человек стали жертвами недостатка системы зажигания, из-за которого машины загорались через некоторое время после остановки двигателя.

Пример 7. Испытания самолетов гражданской авиации регламентируются специальным стандартом. Эксплуатационным испытаниям подвергаются все новые, а также модифицированные самолеты.



Рис. 3. MC-21-300.

Сейчас в Иркутске готовится к серийному выпуску новый Российский самолет MC-21. Первый полёт состоялся 28 мая 2017 года, и испытания продолжаются до сих пор. Программа испытаний включает 1600 полётов, во время которых оценивается вероятность отказа каждой системы – от двигателя до чайника, в котором будут кипятить воду в полёте. Только в августе 2019 года MC-21, наконец, появился на авиасалоне МАКС.

Страхование

Страхование – способ возмещения ущерба имуществу или здоровью людей. Страховая деятельность полностью основана на теории вероятностей. Страхователь, покупая *страховой* полис, платит небольшой взнос страховщику, а страховщик обязуется возместить ущерб (пожар, кража, ДТП, болезнь и т.п.). Стоимость полиса во много раз ниже суммы ущерба. При расчёте стоимости полиса оцениваются вероятности разных неприятных событий и вычисляется *математическое ожидание* страховой выплаты – средняя выплата на один купленный полис.

⁵ Порог вероятности, как правило, прописан в регламентирующих документах по безопасности и зависит в первую очередь от того, насколько отказ системы опасен для жизни и здоровья пассажиров.

Пример 8. Каждый автовладелец в России должен иметь страховой полис ОСАГО (обязательное страхование автогражданской ответственности). В случае ДТП по вине владельца полиса страховая компания оплачивает нанесённый им материальный ущерб.

Статистика ДТП постоянно пополняется, меняются цены на автомобили, поэтому стоимость полиса ОСАГО из года в год переоценивается.

Пример 9. Страховые компании предлагают медицинское страхование: оплату стоимости лечения и – иногда – ущерба, понесенного из-за болезни. В России действует программа ОМС (обязательное медицинское страхование). Кроме того, клиент может заключить договор о добровольном медицинском страховании (ДМС).

Любое страхование требует расчетов и оценок. Поэтому в страховых компаниях работают специальные аналитики – математики, специализирующиеся на теории вероятностей в страховании.

Итоги урока

Теория вероятностей применяется везде, где есть риск. Оценка вероятностей неприятных событий нужна в медицине, в электроэнергетике, при строительстве и эксплуатации транспортных средств. Вероятности разных событий нужно знать страховым компаниям. Кроме того, расчёты вероятностей лежат в основе любых лотерей и игр.

В быту вероятности отдельных событий не так важны. Скорее важно понимать, что такое маловероятные события и как они влияют на нашу повседневную жизнь.

Рекомендуемое домашнее задание: учебник, с. 88, вопросы 1-3, №7-8.