

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 7 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 56. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе

Примерный сценарий урока по теме «Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе». Учитель может на свое усмотрение использовать сценарий целиком или частично, используя фрагменты наряду с собственными разработками и материалами учебника¹. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Цель урока — формирование представлений у учащихся о роли практически достоверных и маловероятных событий в теории вероятностей, природе и обществе. У учащихся должно сложиться представление о том, когда маловероятные события уместно считать невозможными, а когда — нет, а также о том, когда следует полагаться на события, которые в жизни считаются достоверными.

Повторение. Вопросы 1 – 5 из учебника (с. 78)



Вопросы

1. Что такое частота случайного события? Как частота связана с вероятностью?
2. Какие значения может принимать вероятность случайного события?
3. Какие события называют достоверными? Чему равна вероятность достоверных событий?
4. Какие события называют невозможными? Чему равна вероятность невозможного события?
5. Приведите примеры невозможных и достоверных случайных событий.

Обсуждение. Если в случайном эксперименте случайное событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной нулю и событие называют *невозможным*. Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной единице, и такое случайное событие называют *достоверным*.

При обсуждении обратите внимание учеников на то, что невозможное и достоверное события — математические формализации. Эти события можно

¹ Математика 7 – 9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

рассматривать в искусственных или игровых экспериментах. Например, при бросании игрального кубика событие «выпало 7 очков» невозможное, а событие «выпало от 1 до 6 очков» — достоверное.

В природе, в повседневной жизни, чаще приходится говорить о *крайне маловероятных* и *практически достоверных* событиях. Например, события «1 мая в школе будут уроки», «в феврале выпадет синий снег» или «в наш город прилетят инопланетяне» крайне маловероятны. Однако невозможными они не являются, поскольку можно вообразить обстоятельства и условия, при которых они произойдут (пофантазируйте с учащимися на эту тему).

При этом к крайне маловероятным событиям мы относимся как к невозможным. И если такое событие все же происходит, оно вызывает удивление или недоверие. Какое именно событие считается крайне маловероятным, сказать нельзя, если для этого не выбрано *решающее правило*. Например, можно договориться, что в определённом опыте события с вероятностью менее 0,01 будем считать маловероятными и не будем рассчитывать на их наступление.

Во всех языках существуют устойчивые фразеологизмы, которыми люди пользуются, когда говорят о практически невозможных событиях. Например, о практически невозможном мы говорим, что оно случится, «когда рак на горе свистнет», «на турецкую пасху», «когда петух яйцо снесёт» и т.п. Также встречаются пословицы и поговорки, предупреждающие об опасности недооценки маловероятных событий («раз в жизни стреляет незаряженное ружьё») и о том, что чрезмерные опасения также вредны («волков бояться — в лес не ходить»).

Пример 1. Предложите учащимся вспомнить другие пословицы на эту тему.

Прежде чем пренебрегать маловероятным событием, надо подумать, насколько серьезными будут последствия, если оно всё же случится. Вероятность попасть под машину, перебегая через улицу, невысока, но последствия настолько серьёзны, что относиться к такому событию как к невозможному не следует. Если риск невелик, то событием с вероятностью 0,01 или меньше можно пренебречь.

Если же речь идет о здоровье или жизни людей, то принимают специальные меры для того, чтобы опасные события имели очень низкую вероятность. Например, чтобы тормоза автомобиля не вышли из строя, нужно регулярно проверять исправность автомобиля и своевременно производить техническое обслуживание. Только тогда можно рассматривать отказ тормозов как событие с пренебрежимо малой вероятностью.

В повседневной жизни маловероятные события считают практически невозможными. Люди следуют правилу: *в однократном опыте крайне маловероятное событие не происходит*. Чем более опасны и трагичны последствия неприятных событий, тем менее вероятными их следует считать. Границу, определяющую, какое событие можно считать практически невозможным, а какое — нет, найти математически нельзя. Решающие правила принимаются на основе опыта, традиций, с учётом значимости возможных последствий.

К сожалению, из-за своего легкомыслия люди часто недооценивают вероятность несчастья и ничего не предпринимают, чтобы уменьшить эту вероятность или хотя бы не дать ей вырасти.

Пример 2. Вероятность столкновения «Титаника» с айсбергом в ночь с 14 на 15 апреля 1912 года была крайне мала. Тут речь идёт даже не об одном, а о целой цепочке маловероятных событий, которые привели к самой знаменитой катастрофе XX века.

По разным причинам только пять из семи ледовых предупреждений от различных судов дошли до капитана Эдварда Смита. Стоит также сказать, что за 20 лет, предшествовавших крушению «Титаника», было только несколько случаев столкновения судов с айсбергами, и все они обошлись без жертв. Не удивительно, что капитан Смит не придавал большое значение предупреждениям — вероятность того, что айсберг нанесет серьезные повреждения гигантскому кораблю, казалась пренебрежимо малой. Капитан не снизил скорость.

В апреле 1912 года в северной Атлантике установилось рекордное за 50 лет скопление дрейфующих льдов — айсберги достигли судоходных путей на месяц раньше обычного. Это произошло вследствие стечения ряда обстоятельств: совпадение направлений ветра и Лабрадорского течения; высокие приливы, вызванные рекордным приближением Луны к Земле (в январе 1912 г. расстояние до Луны достигло минимальной величины за последние 1400 лет).

Неожиданным и маловероятным событием оказалось отсутствие биноклей у впередсмотрящих судна.

На своевременность обнаружения опасности повлияло и то, что на пути «Титаника» оказался «чёрный» айсберг — айсберг, который перевернулся вверх подводной стороной, которая намного темнее надводной.

Когда наблюдатели всё же увидели айсберг прямо по курсу (тоже маловероятно), они сообщили об этом первому помощнику капитана Уильяму Мёрдоку. Опытный мореплаватель плохо оценил ситуацию и отдал губительные команды «лево на борт» и «стоп машина». «Титаник» медленно отклонялся влево, подставляя айсбергу правый борт. Возможно, продолжая двигаться по прямой, «Титаник» получил бы повреждения, но остался бы на плаву, как это случилось с пароходом «Ниагара» несколькими днями раньше.

Если бы каждое из этих отдельных маловероятных событий не случилось, то в апрельской Атлантике не погибли бы 1496 человек.



Кадр из фильма К.Маршалла «Титаник»

После катастрофы была принята «Международная конвенция по охране человеческой жизни на море», содержащая инструкции, направленные на снижение вероятности крушения судов и гибели людей в случае, если крушение произойдет. В 1912 г. суда ВМС США начали следить за дрейфующими льдами, а в уже 1914 г. 14 стран учредили Международный ледовый патруль, задачей которого является мониторинг ледовой обстановки.

На горьком опыте люди учатся снижать вероятность катастроф. В автомобилях работают две независимые тормозные системы. В больницах устанавливают запасные генераторы, чтобы аппараты жизнеобеспечения работали даже в случае отключения электричества. В самолётах все важные системы продублированы.

Предложите школьникам вспомнить ещё примеры систем или правил, направленных на предотвращение аварий и катастроф.

Пример 3. Известно, что риск пострадать в авиакатастрофе (это событие крайне маловероятно) гораздо ниже, чем попасть в автомобильную аварию. Тем не менее, после авиакатастроф под действием эмоций многие опасаются летать, но спокойно отправляются в путешествие на автомобиле.

Желательный результат обсуждения. Маловероятные события и их роль широко обсуждается и анализируется в современной литературе по психологии, социологии, экономике и другим областям. Психолог Даниэль Канеман в известной книге «Думай медленно... решай быстро» подметил: «Крайне маловероятные события либо игнорируются, либо переоцениваются».

Наше сознание с трудом оценивает незначительные риски: мы либо полностью их игнорируем, либо придаём им слишком большое значение. Характер реакции часто основан на эмоциях. Иногда у людей даже развиваются устойчивые фобии².

Пример 4. В инструкциях к лекарственным препаратам содержатся данные о побочных действиях лекарства, полученные в результате статистических исследований. Будем считать, что побочный эффект маловероятен, если его вероятность менее 0,001. Прочтите инструкцию к лекарству и, руководствуясь выбранным правилом, определите, какие из побочных эффектов при приеме лекарства маловероятны.

Инструкция: *«При применении препарата могут наблюдаться и нежелательные реакции, указанные ниже:*

Со стороны нервной системы: *часто – головная боль; нечасто – мигрень, головокружение; редко – дистония.*

Нарушения психики: *нечасто – депрессивное настроение; редко – нарушения сна; частота неизвестна – изменение настроения.*

Со стороны органов зрения: *редко – ухудшение зрения; частота неизвестна – непереносимость контактных линз.*

Со стороны органов слуха и лабиринтные нарушения: *редко – шум в ушах.*

Со стороны сердечнососудистой системы: *нечасто – повышение или понижение артериального давления; редко – тахикардия; очень редко – тромбоз, флебит.*

Со стороны дыхательной системы: *редко – бронхиальная астма.*

Со стороны ЖКТ: *часто – расстройство пищеварения; нечасто – рвота; редко – гастрит.*

Со стороны кожи и подкожных тканей: *нечасто – сыпь; редко – экзема; частота неизвестна – крапивница.*

Для определения частоты возникновения нежелательных реакций препарата применяют следующую классификацию: очень часто (вероятность не менее 0,1), часто (от 0,01 до 0,1), нечасто (от 0,001 до 0,01), редко (от 0,001 до 0,0001), очень редко (менее 0,0001)».

Желательный результат обсуждения. Прежде чем начать поиск маловероятных побочных действий, обсудите с учащимися выбранное решающее правило. Что означает порог 0,001? Что на тысячу пациентов из наблюдаемой группы симптом наблюдался в среднем у одного пациента. Это много или мало? Стоит ли опасаться при приеме препарата подобного негативного эффекта?

В согласии с выбранным правилом маловероятными побочными эффектами можно считать те, которые происходят «редко» и «очень редко», а

² Фобия – боязнь, болезненное опасение, вид психического расстройства, часто обусловленное устойчивой неверной оценкой шансов.

именно: дистония, нарушения сна, ухудшение зрения, шум в ушах, тахикардия, тромбоз, бронхиальная астма, гастрит, экзема.

В процессе обсуждения разумно обсудить следующее.

1. Если у человека нет склонности к этим заболеваниям, то их можно не опасаться, и врач вряд ли назначит дополнительную профилактику.

2. Зато врач может назначить профилактику частых побочных действий — расстройства пищеварения или головной боли.

3. Напротив, если склонность к какому-то заболеванию есть (например, к тахикардии), то врач и пациент должны еще раз взвесить все риски и подумать о другом лекарстве.

Обсудите с учащимися, что если существуют практически невозможные события, то должны быть *практически достоверные*. Например, маловероятно, что будет осложнение в виде ухудшения зрения. Следовательно, практически достоверным можно считать то, что ухудшения зрения от лекарства не будет. Аналогично, если авиакатастрофа есть событие маловероятное, то благополучный полёт — практически достоверное событие.

Практически достоверные события двойственны маловероятным: если какое-то событие практически достоверно, то его отрицание (противоположное событие) — маловероятно. Например, маловероятному событию «выигрыш в лотерее» двойственно практически достоверное «проигрыш в лотерее».

В повседневной жизни практически достоверные события считают достоверными. Люди следуют правилу: *в однократном опыте практически достоверное событие происходит*. Так же, как и к маловероятным событиям, к практически достоверным надо относиться с осторожностью.

Пример 5. Иван Иванович должен прибыть в аэропорт не позже, чем за час до вылета самолета, который запланирован в 6 часов утра. Если дороги свободны, то его путь от дома до аэропорта на такси занимает 1 час. На какое время ему стоит заказать такси?

Желательный результат обсуждения. Простой подсчёт позволяет нам дать ответ на вопрос задачи — на 4:00. Ранним утром дороги обычно свободны, это практически достоверно. Но если все же случится неожиданная и маловероятная задержка (ремонт дороги, поломка машины и т.п.), то Иван Иванович может опоздать. Считать событие «дорога до аэропорта займет не более часа» достоверным в данной ситуации не следует, так как последствия довольно неприятны. Лучше перестраховаться и заложить на дорогу лишних полчаса.

Обсудите с учащимися выбор количества «запасного» времени на дорогу до аэропорта. Обычно люди полагаются на свой жизненный опыт, учитывая серьёзность последствий при опоздании.

Пример 6. «Адмирал Нахимов» — пассажирский пароход. Вечером 31 августа 1986 года он вышел из Новороссийского порта с 1243 людьми на борту. В это время к Новороссийску приближался сухогруз «Пётр Васёв», который должен был пропустить пассажирский лайнер.

Капитан сухогруза Виктор Ткаченко включил монитор системы САРП (предупреждения о сближении судов). Система рассчитала, что суда разойдутся на расстоянии чуть меньше километра. Капитан посчитал эти данные *достоверными* и вёл судно, не допуская, что может случиться практически невозможное событие – ошибка системы. На неоднократные предупреждения штурмана об опасном сближении судов капитан отвечал: «Знаю, не переживайте! Прибор показывает красивое расхождение».

В результате ошибки приборов и недооценки опасности спустя несколько минут произошло столкновение. Пароход «Адмирал Нахимов» затонул за 8 минут, погибло 423 человека. Эта катастрофа стала крупнейшей в Чёрном море в мирное время.

Предложите учащимся подумать, с какими практически достоверными событиями они сталкиваются в повседневной жизни, на наступление каких событий они полагаются и какие последствия могут наступить, если ожидаемое не случится (потеря времени, денег, опасность для жизни и здоровья).

Выводы. В жизни разумно следовать правилу: *в однократном опыте крайне маловероятные события можно считать невозможными, а практически достоверные события — достоверными.* Решающие правила устанавливаются, исходя из сложившихся традиций, а также с учётом тяжести последствий, которые наступят, если неприятное маловероятное событие все же произойдёт.

Рекомендуемое домашнее задание: с.79, упр.1–3, с.88, вопросы 1–2.