МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 7 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 50–51. Итоговое повторение. Диаграммы

Документ содержит задачи для итогового повторения материала по статистике за 7 класс. Учитель может на свое усмотрение использовать материалы целиком или частично наряду с собственными разработками и материалами учебника[1]. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Мы живём в мире, наполненном числовыми данными. Для современного человека необходимо умение ориентироваться в этих данных, использовать их разумным образом. Одна из задач статистики — поиск способов, как лучше описать имеющиеся данные, особенно когда их много. Для этой цели применяются таблицы и диаграммы, вычисляются разные средние значения. Если представить данные подходящим и правильным образом, то иногда можно заметить в них закономерности, невидимые на первый взгляд.

Глава 2. Диаграммы

Содержание: Столбиковые и круговые диаграммы. Диаграммы рассеивания.

Диаграммы, в отличие от таблиц, дают наглядное представление о соотношении величин или динамике процесса. Для сопоставления произвольных данных или же отображения динамики, как правило, используют столбиковую диаграмму. Иногда вместо столбиков на диаграммах изображают точки, которые для наглядности соединяются отрезками. В результате получается ломаная линия. Особенно это удобно, если рядов данных два или больше.

Круговая диаграмма используется, когда нужно наглядно сопоставить доли целого. В то же время, когда круговая диаграмма содержит слишком мало или слишком много секторов, ее использование неуместно и лучше строить столбиковую диаграмму.

Диаграмма рассеивания помогает определить примерный характер связи между двумя изменчивыми величинами при её наличии. По облаку данных можно строить гипотезы о наличии положительной или отрицательной связи между величинами, судить о силе этой связи, быстро находить выбросы данных.

---

[1] Математика 7–9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

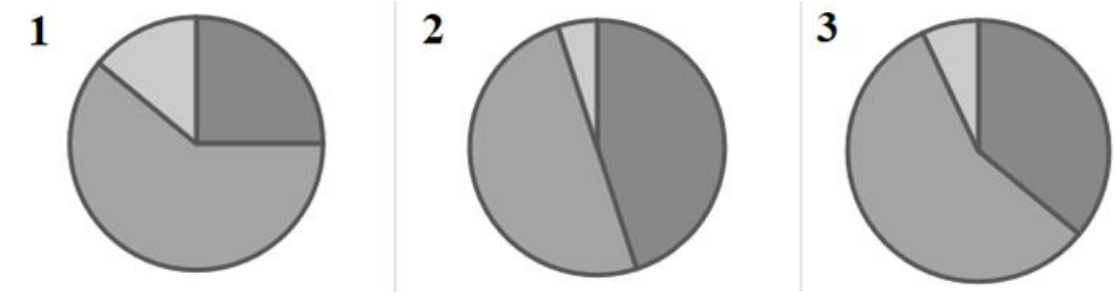
Задачи.

1. Мария опросила 50 учащихся о том, как часто они читают книги. Результаты показаны в таблице. Заполните последний столбец таблицы. Постройте круговую и столбиковую диаграммы, отражающие результаты опроса.

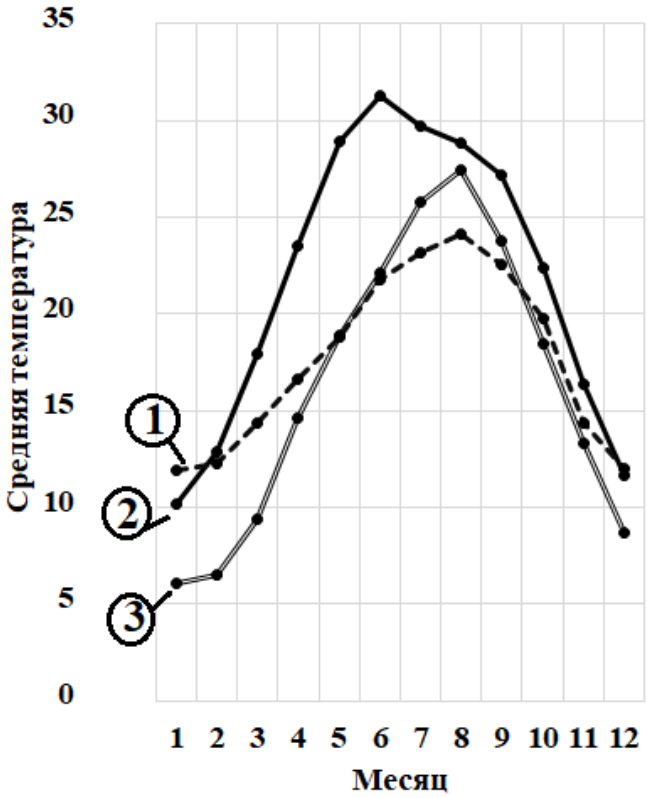
Частота чтения	**Кол-во учащихся**	**% от опрошенных**
1 книга в неделю	12	
1 книга в месяц	25	
1 книга в 3 месяца	10	
1 книга в полгода	2	
1 книга в год	1	

2. В таблице содержатся данные о возрастном составе населения стран СНГ, Зарубежной Азии и Африки. Ниже даны три круговые диаграммы. Установите соответствие между регионами и диаграммами.

Регион	**Доля групп населения разных возрастов в общей численности населения, %**		
	дети (0-14 лет)	**взрослые (15-59 лет)**	**пожилые (60 лет и старше)**
Африка	45	50	5
Зарубежная Азия	36	57	7
Страны СНГ	25	61	14



3. На диаграмме представлены данные о годовом изменении температуры в трех городах: Исламабаде, Лиссабоне и Токио. Определите, какая линия какому городу соответствует, если известно, что в Токио и Исламабаде размах годовой температуры примерно одинаков, и что в Лиссабоне и Токио начало лета довольно прохладное.



4. Северо-Кавказский федеральный округ состоит из семи субъектов РФ: Республика Дагестан, Республика Ингушетия, Кабардино-Балкарская Республика, Карачаево-Черкесская Республика, Республика Северная Осетия – Алания, Ставропольский край и Чеченская Республика. В таблице представлены данные о площади каждого субъекта и численности населения.

Субъект РФ	**Площадь, кв. км**	**Население, тыс. чел.**
Кабардино-Балкарская Республика	1247	866
Карачаево-Черкесская Республика	14277	466
Республика Дагестан	50270	3085
Республика Ингушетия	3628	497
Республика Северная Осетия – Алания	7987	699
Ставропольский край	66160	2795
Чеченская Республика	15647	1458

По данным о площади построена круговая диаграмма.

а) Определите, каким регионам соответствуют неподписанные сектора круговой диаграммы;

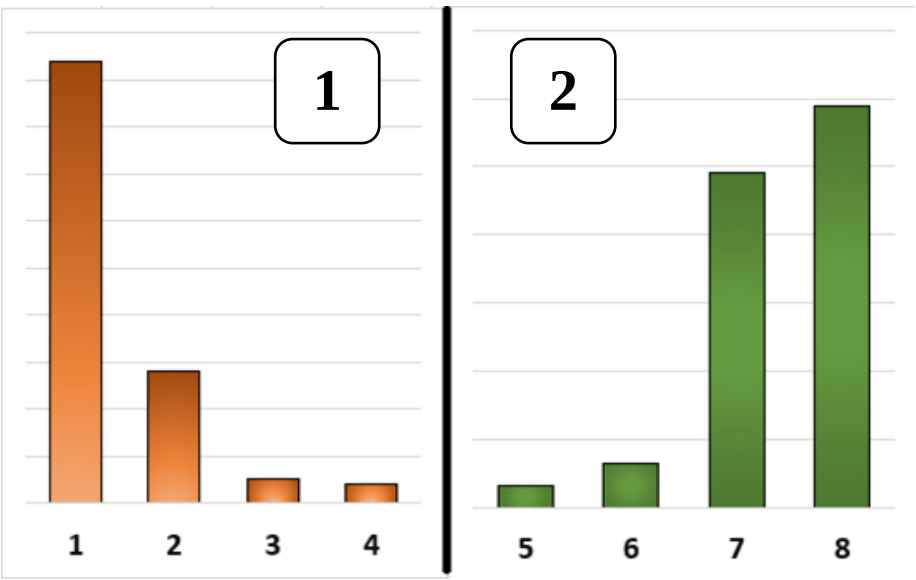
б) Какие три субъекта вместе составляют примерно половину площади Северо-Кавказского федерального округа?

в) Постройте столбиковую диаграмму, отражающую соотношение регионов Северо-Кавказского федерального округа по плотности населения.

5. В таблице представлены данные о массе планет Солнечной системы. В солнечной системе восемь планет: четыре планеты земной группы (Меркурий, Венера, Земля, Марс) и газовые гиганты (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун). Масса указана в 10^{23} кг.

№	Планета	Масса, 10^{23} кг
1	Меркурий	3,3
2	Венера	49
3	Земля	59
4	Марс	6,4
5	Юпитер	18762
6	Сатурн	5605
7	Уран	826
8	Нептун	1003

По этим данным построены две столбиковые диаграммы: отдельно по планетам Земной группы, отдельно — по газовым гигантам.



а) Какая диаграмма какой группе планет соответствует?

б) Почему, по вашему мнению, были построены две диаграммы, а не одна общая?

в) Установите соответствие между планетами и номерами столбиков.

6. В Петербургском метрополитене пять линий. По данным о количестве станций построена круговая диаграмма.

Верны ли утверждения:

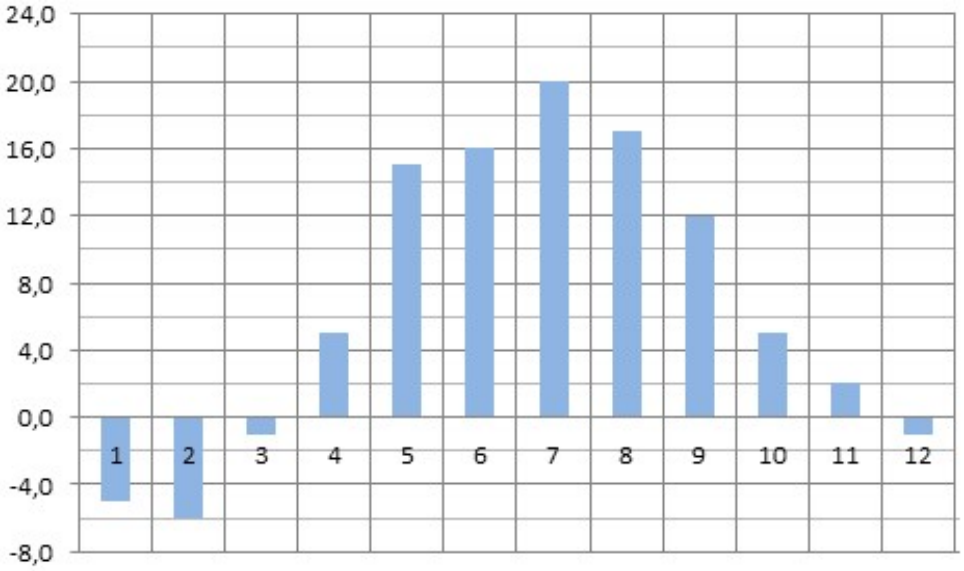
1) Фрунзенско–Приморская и Невско–Василеостровская линии имеют примерно одинаковое количество станций;

2) На Кировско–Выборгскую и Московско–Петроградскую линии приходится менее половины станций Петербургского метрополитена;

3) Московско–Петроградская линия содержит около четверти всех станций Петербургского метрополитена;

4) Невско–Василеостровская линия имеет самое маленькое количество станций среди линий Петербургского метрополитена.

7. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



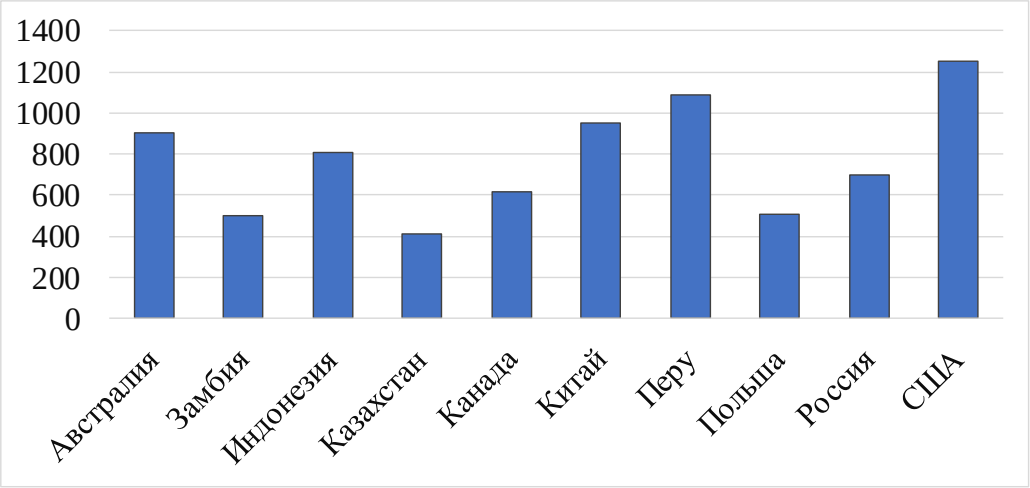
Определите по диаграмме:

а) Сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была отрицательной;

б) Размах данных среднемесячных температур;

в) На сколько градусов в среднем температура в июле выше, чем в июне.

8. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан.



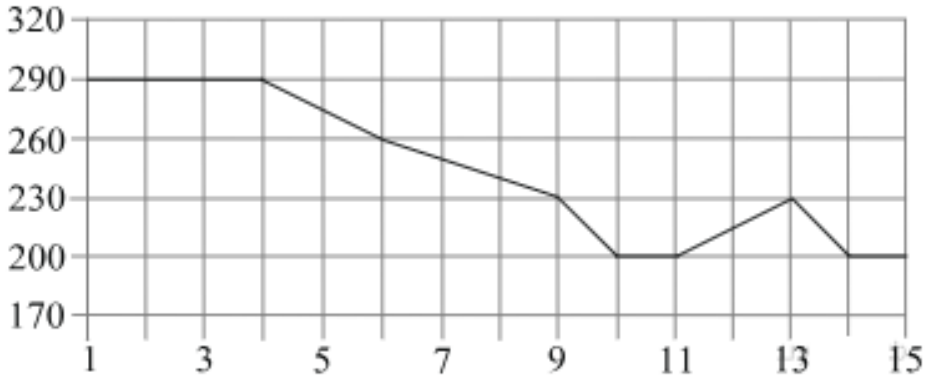
Определите по диаграмме:

а) Какое место занимала Австралия в 2006 году;

б) На сколько тысяч тонн Индонезия выплавила меди больше, чем Казахстан;

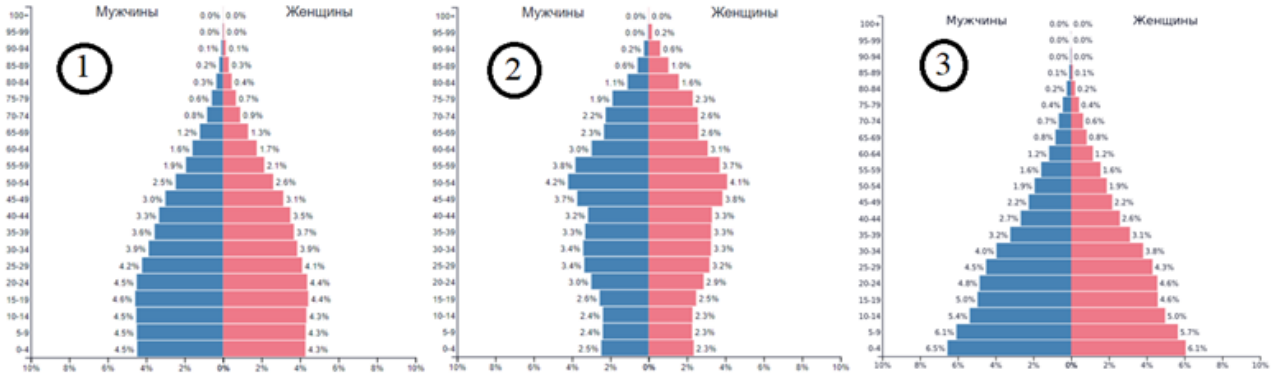
в) Верно ли, что Россия и Казахстан суммарно выплавили меди примерно столько же, сколько и США в 2006 году?

9. На рисунке показано изменение биржевой стоимости акций (в рублях) целлюлозно-бумажного завода в первой половине апреля. 2 апреля бизнесмен приобрёл 250 акций этого завода. 6 апреля он продал 150 акций, а оставшиеся акции продал 11 апреля. Сколько рублей составили убытки бизнесмена в результате этих операций?



10. На рисунке изображены возрастно-половые пирамиды Пакистана, Мексики и Австрии за 2018 год[2]. Прочтите сопроводительную статью и определите, какая диаграмма какой стране соответствует.

«Для характеристики половозрастного состава населения используются возрастно-половые пирамиды, которые графически представляют распределение населения по полу и возрасту.



Тип воспроизводства населения, формируемый процессами рождаемости и смертности в настоящий и прошедшие периоды, определяет соотношение населения различных возрастных групп. Выделяют три основных типа возрастных структур.

[2] Крупнее эти возрастно-половые пирамиды даны в приложении.

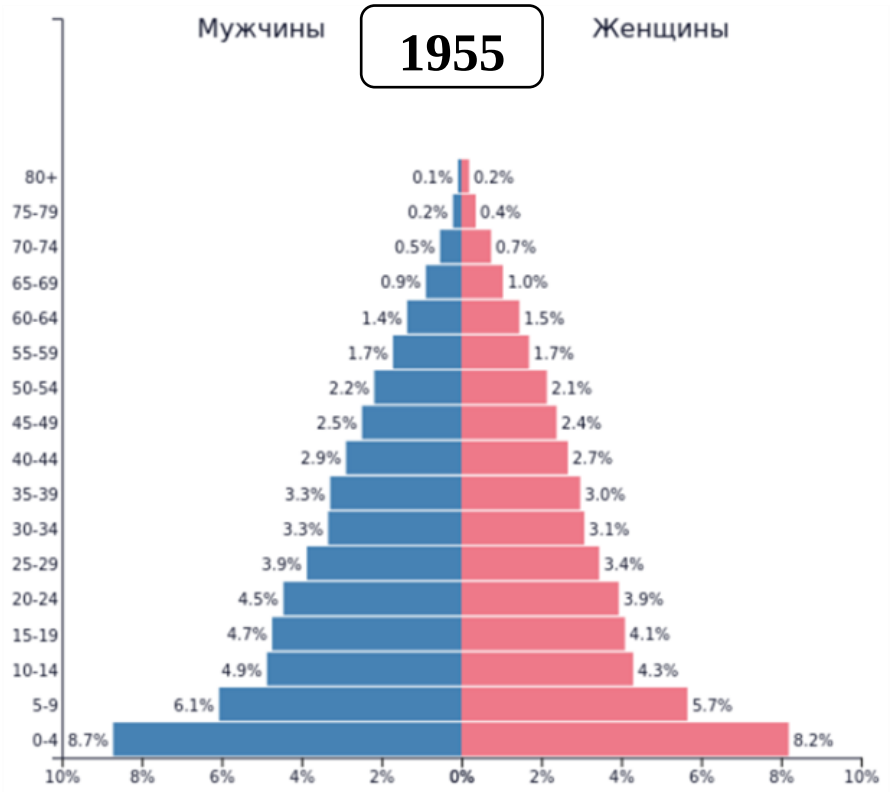
Прогрессивный тип характеризуется высокой долей детей, ростом рождаемости и низкой долей старшего поколения во всем населении, средняя продолжительность жизни низкая. Такой тип характерен для слаборазвитых стран Африки, Латинской Америки и Зарубежной Азии (например, для Пакистана, Нигерии, Сомали, Перу и других).

Стационарный тип характеризуется почти уравновешенной долей детских и старческих возрастных групп, невысокой стабильной рождаемостью. Такой тип характерен для развивающихся стран (например, для Мексики, Турции, Филиппин, Гондураса и других).

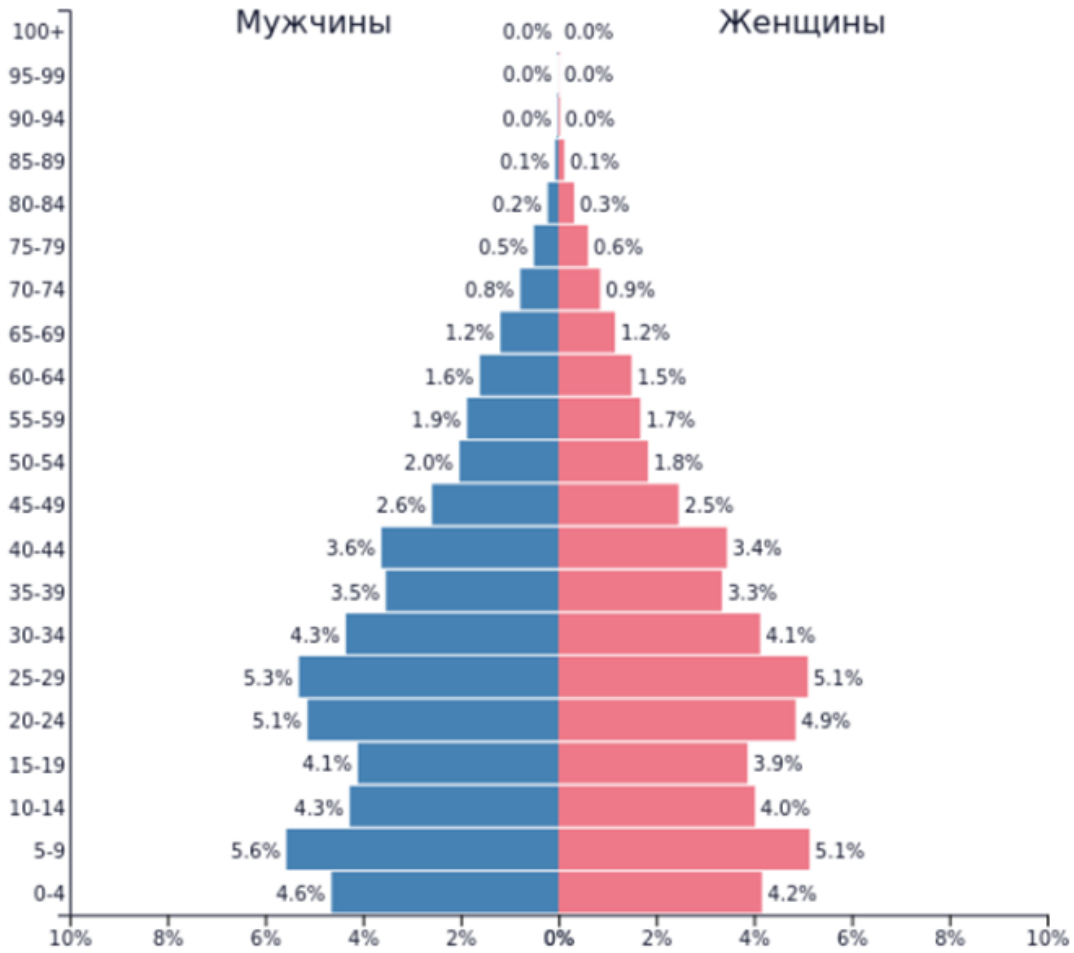
Регрессивный тип характеризуется сравнительно высокой долей пожилых людей и низкой — детей, также имеет место снижение рождаемости и высокая средняя продолжительность жизни. Такой тип наиболее характерен для развитых индустриальных стран (например, для Австрии, Японии, Южной Кореи и других).»

11. Китай — крупнейшее по численности населения государство мира. Начиная с середины прошлого века, когда стало понятно, что огромное количество людей перегружает земельные, водные и энергетические ресурсы страны, Китай был вынужден законодательно ограничить размер семьи. В период с 1956 по 1989 г.г. государство провело несколько этапов политики по снижению рождаемости. На рисунке представлены возрастно-половые пирамиды Китая за 1955 и 1995 годы. Сравните их.

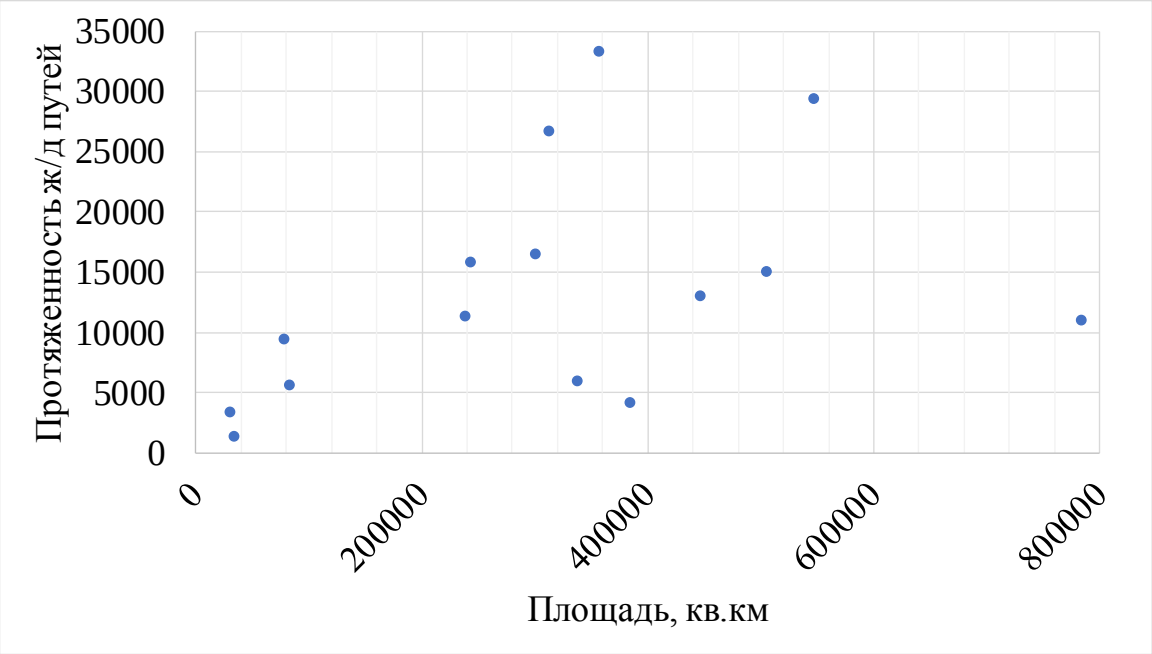
Самой действенной мерой стало введение политики «Одна семья — один ребенок». Попробуйте определить по диаграмме 1995 года, в каком примерно году была принята эта мера.



1995

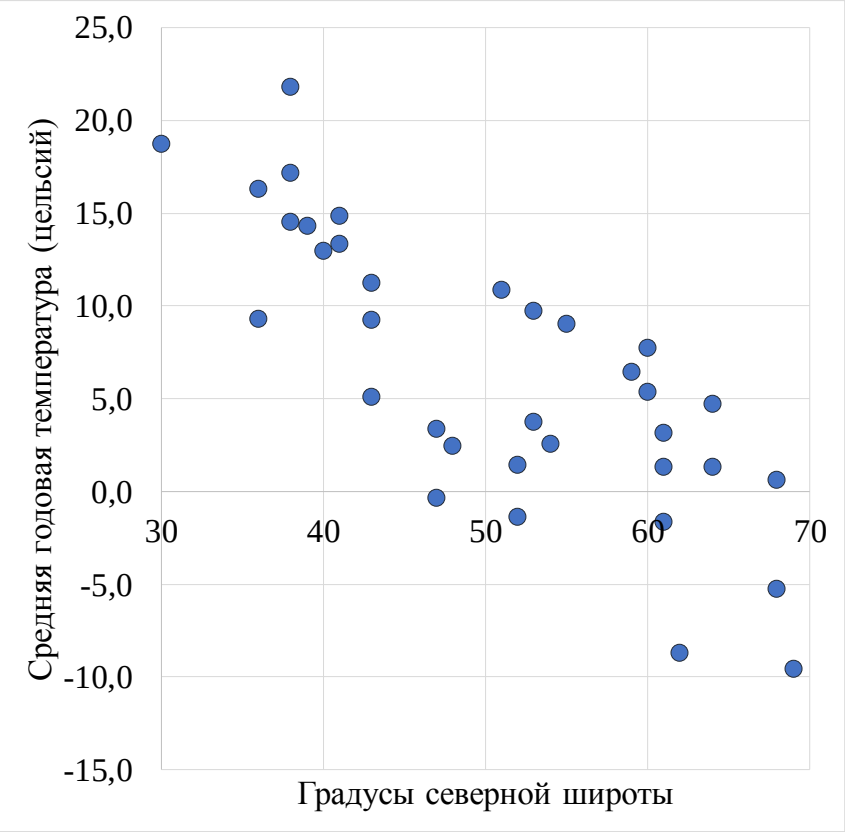


12. а) По данным о площади стран и протяженности их железнодорожных путей построена диаграмма рассеивания[3].

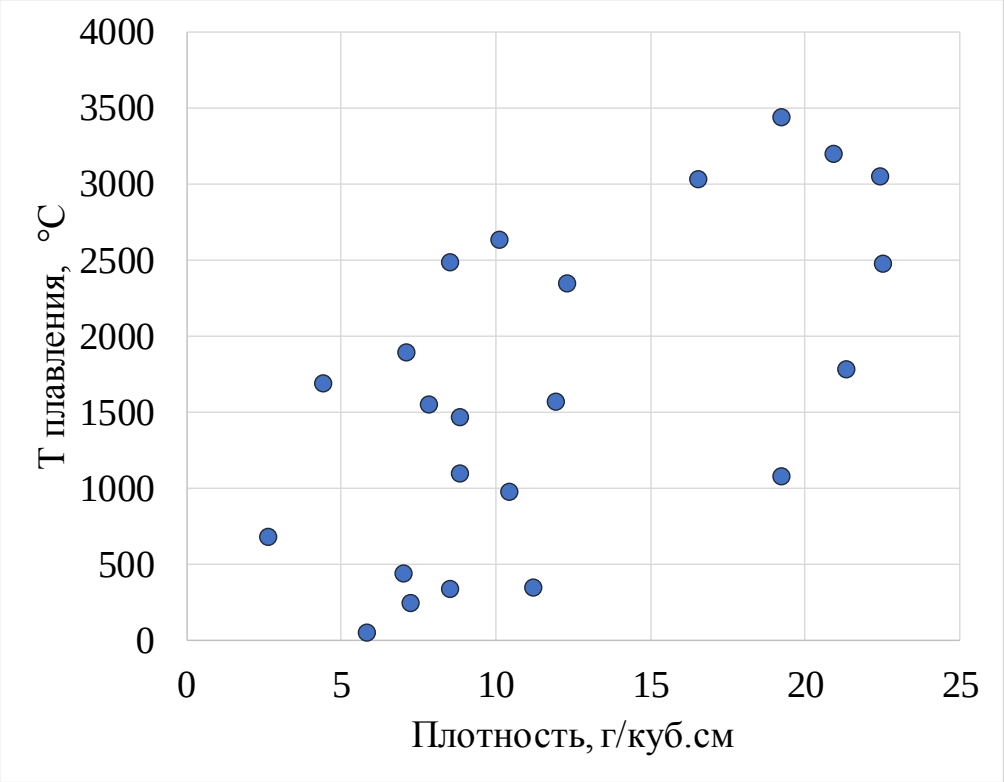


[3] Таблицы с данными, по которым построены диаграммы рассеивания в пунктах а) – в), содержатся в приложении.

б) По данным о средней годовой температуре и широте 35-ти городов северного полушария построена диаграмма рассеивания[3].

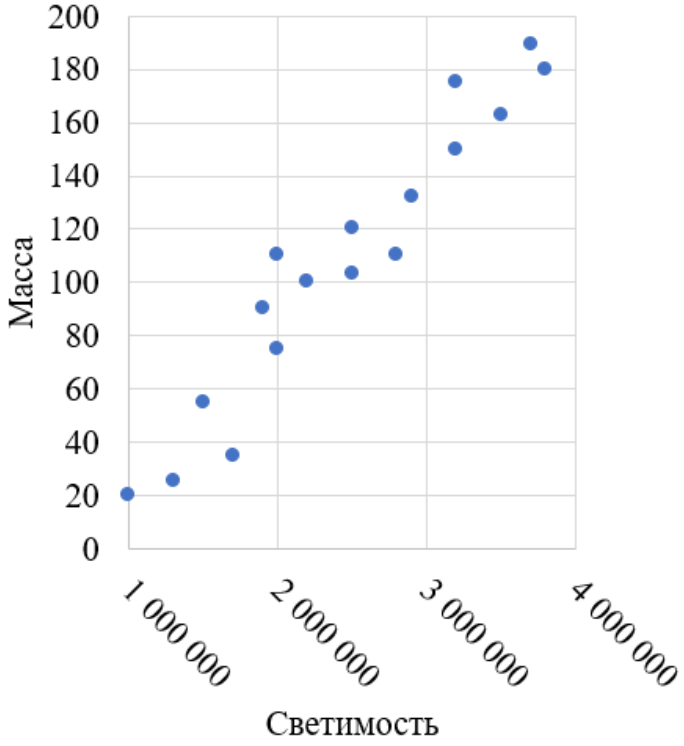


в) По данным о плотности и температуре плавления 23-х металлов построена диаграмма рассеивания[3].



г) Для выражения массы и светимости (количества энергии, выделяемого в единицу времени) звёзд астрономы используют внесистемные единицы измерения: массу Солнца $M_\odot$ и светимость Солнца $L_\odot$. Чтобы выразить соответствующие характеристики, надо сравнить их количественно с массой (или светимостью) Солнца. Например, если звезда имеет массу в 20 раз больше Солнца и светимость, в 1000000 раз превышающую солнечную, то ее масса будет равна 20 $M_\odot$, а светимость — 1000000 $L_\odot$.

В этой системе измерения собраны данные о массе и светимости семнадцати звезд Вселенной, на основе которых построена диаграмма рассеивания.



Есть ли, по вашему мнению, в пунктах а–г связь между величинами? Если да — коротко охарактеризуйте ее.

Светимость	Масса
1 000 000	20
1 300 000	25
1 500 000	55
1 700 000	35
1 900 000	90
2 000 000	75
2 000 000	110
2 200 000	100
2 500 000	103
2 500 000	120
2 800 000	110
2 900 000	132
3 200 000	175
3 200 000	150
3 500 000	163
3 700 000	189
3 800 000	180

13. Для диаграммы из №12(г) найдите координаты центра облака данных и проведите ось диаграммы. Найдите уравнение оси. При помощи полученной формулы связи между светимостью и массой звезд оцените ожидаемую массу звезды (в $M_\odot$) светимостью $L = 3000000\ L_\odot$.

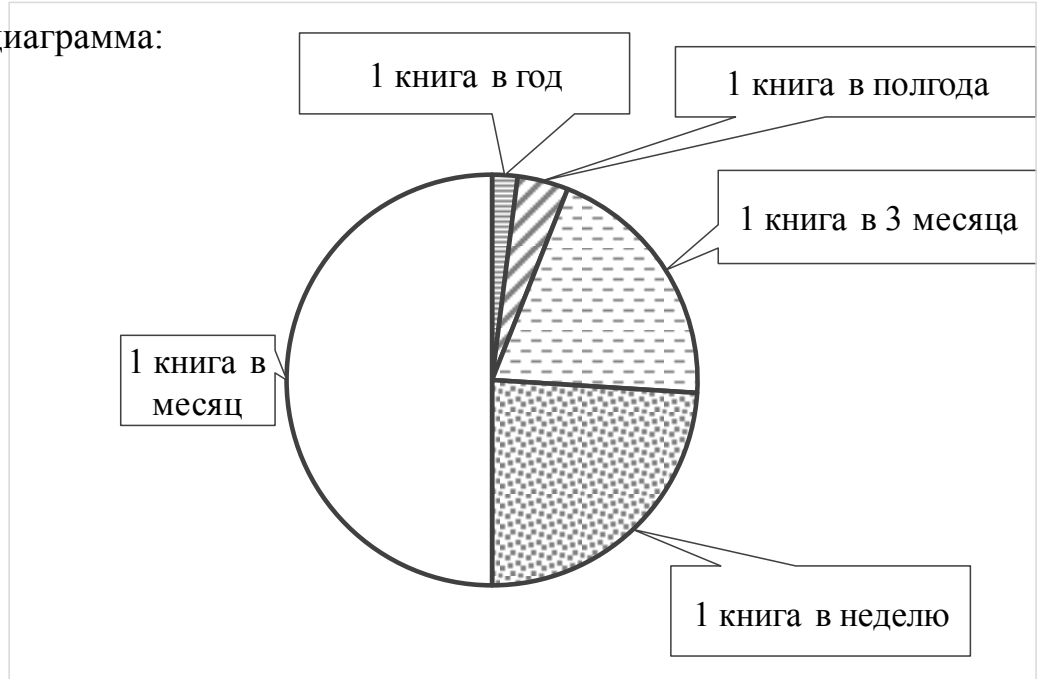
Ответы и указания

1. Столбиковую диаграмму уместно строить, например, по данным о количестве учащихся. Можно построить и по доле опрошенных.

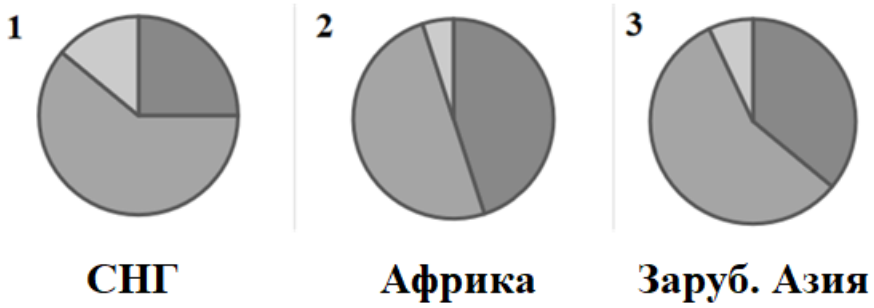
Для построения круговой диаграммы уместно добавить в таблицу столбец с расчетом градуса секторов диаграммы:

Частота чтения	Кол-во учащихся	Доля опрошенных	Градус сектора диаграммы
1 книга в неделю	12	0,24	86,4
1 книга в месяц	25	0,5	180
1 книга в 3 месяца	10	0,2	72
1 книга в полгода	2	0,04	14,4
1 книга в год	1	0,02	7,2

Круговая диаграмма:



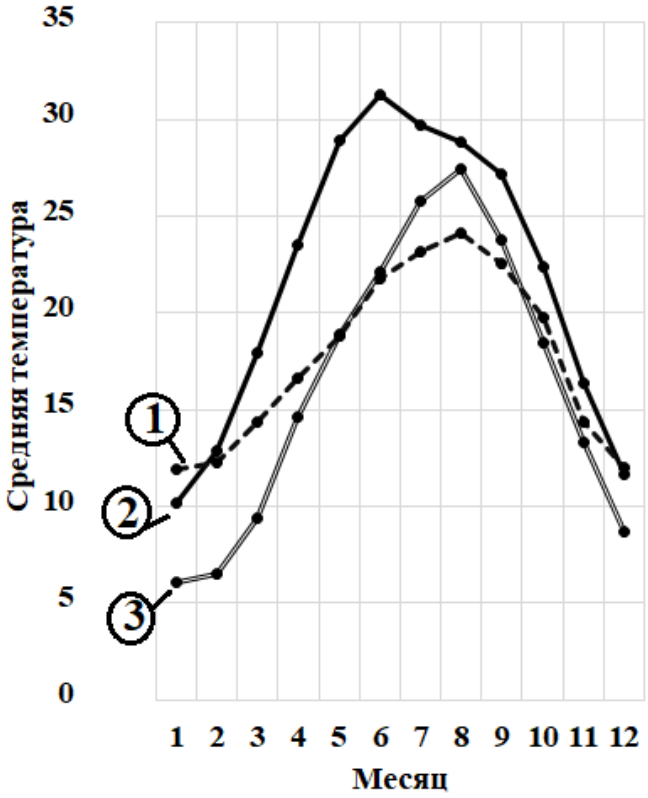
2. Ответ:



Возможный ход рассуждений. В Африке ровно половина населения — взрослые. На диаграмме этой страны должен присутствовать сектор в $180°$. Поэтому Африке соответствует вторая диаграмма. В СНГ дети — ровно четверть населения. Это значит, что на соответствующей диаграмме должен быть сектор в $90°$. Поэтому СНГ представляет первая диаграмма. Значит, третья соответствует Зарубежной Азии.

3. У второй и третьей ломаных размах температур, судя по диаграмме, примерно одинаков, а у первой — существенно меньше. Значит, первая ломаная соответствует Лиссабону. В Токио начало лета прохладное. Начало лета — 6-й месяц. У второй линии на этот месяц приходится максимум — больше $30°$ С. Значит, это не Токио, а Исламабад.

Ответ: 1 – Лиссабон, 2 – Исламабад, 3 – Токио.



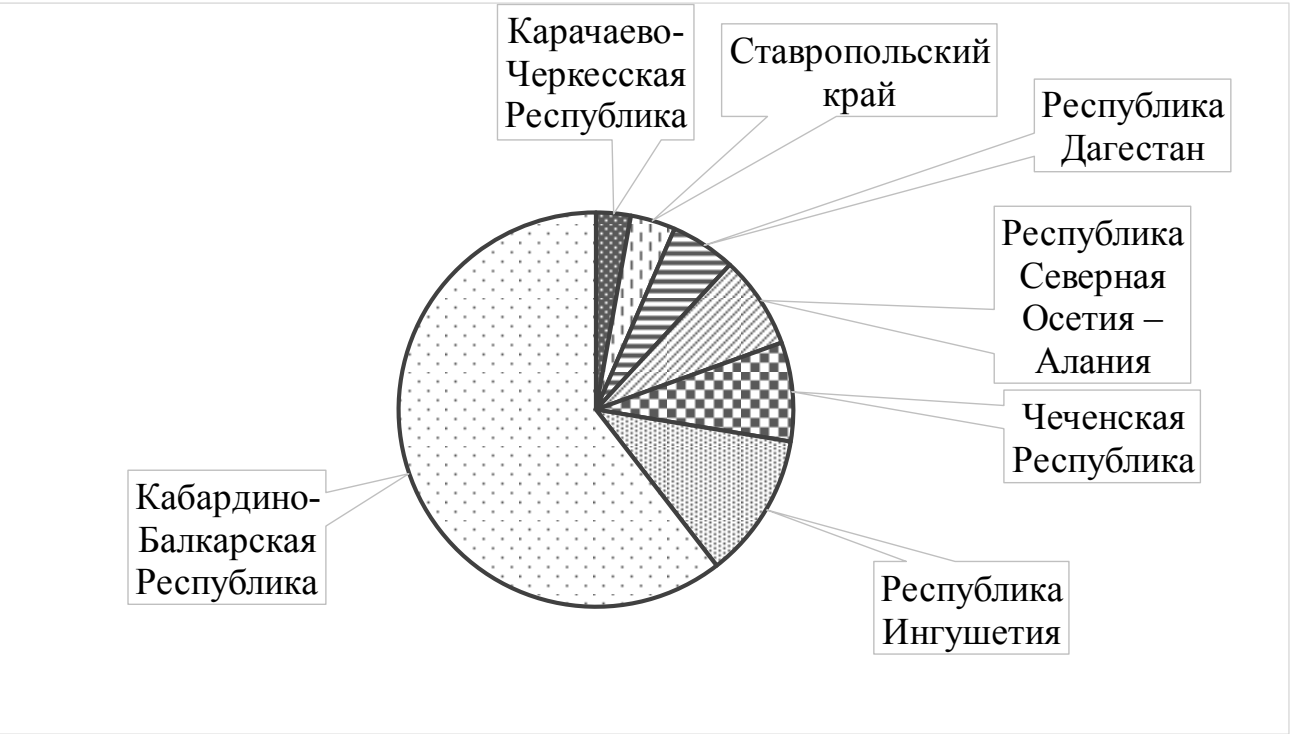
4. Упорядочим регионы по площади (по возрастанию) и добавим столбец с плотностью населения. Плотность населения уместно считать в количестве человек на квадратный километр (округляя до целых).

Субъект РФ	**Площадь, кв. км**	**Население, тыс. чел.**	**Плотность населения, чел./кв. км**
Кабардино-Балкарская Республика	1247	866	694
Республика Ингушетия	3628	497	137
Республика Северная Осетия – Алания	7987	699	88
Карачаево-Черкесская Республика	14277	466	33
Чеченская Республика	15647	1458	93
Республика Дагестан	50270	3085	61
Ставропольский край	66160	2795	42

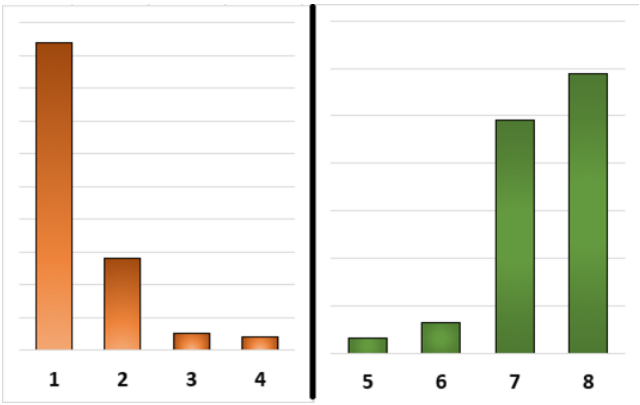
а) Первый неподписанный сектор соответствует республике Ингушетия — меньше ее по площади только Кабардино-Балкария. А второй сектор — самый большой по площади субъект — Ставропольский край.

б) Республики Карачаево-Черкессия, Чечня и Дагестан, например, составляют около половины площади округа. Возможны и другие варианты ответа.

в) Пример круговой диаграммы:



5. а) Среди планет земной группы Земля и Венера по массе самые большие, отличие масс невелико. А среди газовых гигантов самая массивная планета — Юпитер — более, чем в 3 раза превышает по массе второй по величине Сатурн. Поэтому ясно, что первая диаграмма соответствует газовым гигантам, а вторая — планетам земной группы.



б) Если построить диаграмму на все 8 планет, то столбик Юпитера будет выше столбика самой большой планеты земной группы — Земли — в 318 раз, что не наглядно. Земная группа будет практически не видна на общей диаграмме.

в) 1 – Юпитер, 2 – Сатурн, 3 – Нептун, 4 – Уран, 5 – Меркурий, 6 – Марс, 7 – Венера, 8 – Земля.

6. Ответ: 1 – да, 2 – нет, 3 – да, 4 – нет.

7. Ответ: а) 4 месяца; б) $26°$ С; в) $4°$ С.

8. Ответ: а) 4 место; б) на 400 тыс. тонн; в) нет, США существенно больше (примерно на 200 тыс. тонн).

9. Убытки составили $250 \cdot 290 - 150 \cdot 260 - 100 \cdot 200 = 13500$ рублей.

10. Из описания следует, что прогрессивный тип, которому соответствует Пакистан, должен быть представлен возрастно-половой пирамидой, напоминающей треугольник (высокая доля детей, рост рождаемости). Поэтому третья диаграмма соответствует Пакистану.
Регрессивному типу (к нему относится Австрия) должна соответствовать возрастно-половая пирамида, имеющая сужение внизу (низкая доля детей и снижение рождаемости) — у такой пирамиды форма, напоминающая урну. Поэтому вторая диаграмма соответствует Австрии.
Мексике соответствует первая диаграмма. Стационарный тип — переходный между прогрессивным и регрессивным.

Ответ: 1 – Мексика, 2 – Австрия, 3 – Пакистан.

11. Существенные изменения в демографической ситуации должны отражаться на возрастно-половой диаграмме в виде существенных расширений и сужений. Нас интересует самое узкое место — самая действенная мера по снижению рождаемости. На диаграмме 1995 года ему соответствует возраст 15–19 лет. Это говорит о том, что мера «Одна семья — один ребенок»[4] была введена приблизительно в период 1976–1979 г.г.

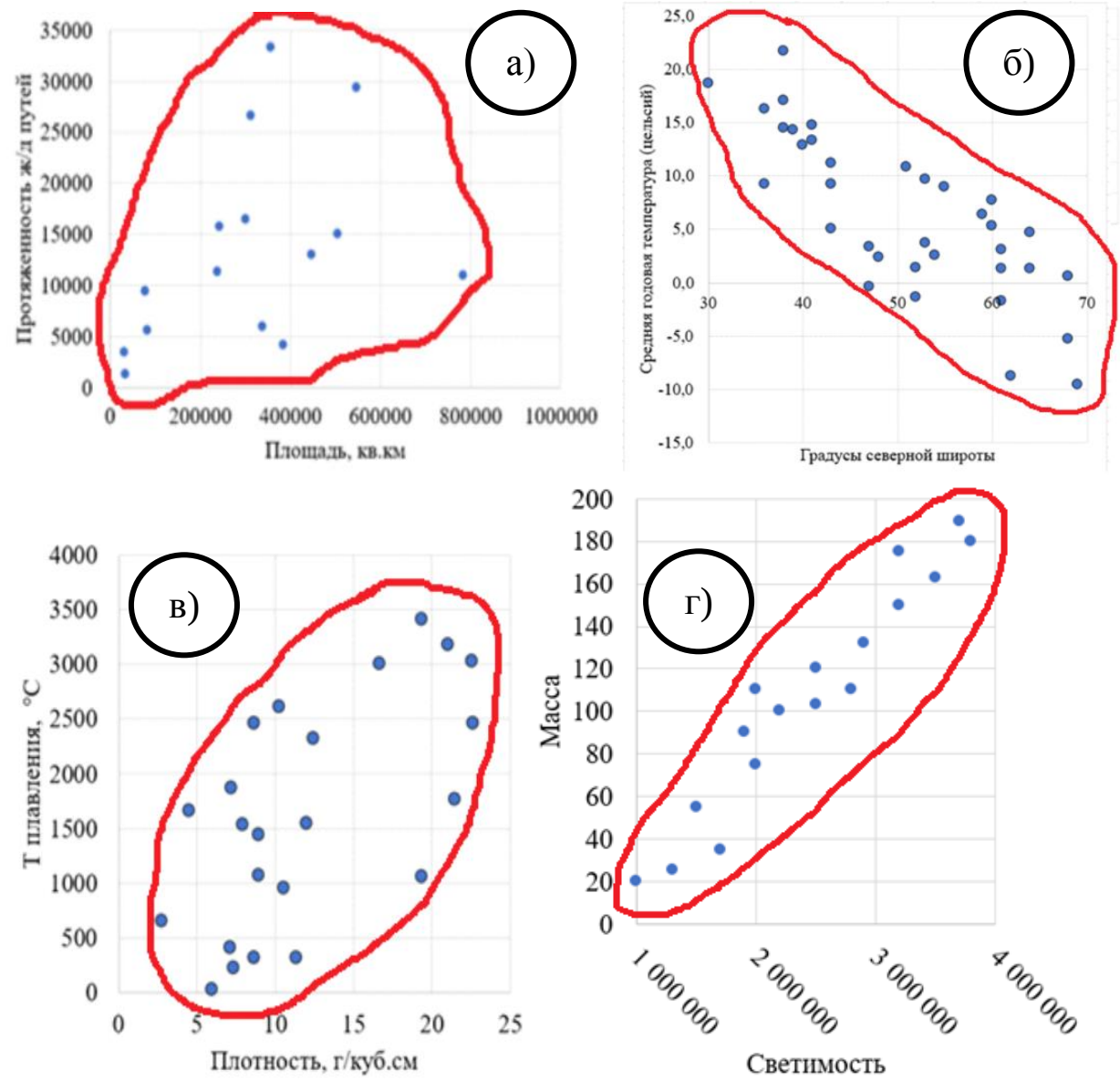
[4] 1979 г. — введение политики «Одна семья — один ребёнок».

12. а) Судя по облаку данных, связи между площадью страны и протяженностью железнодорожных путей нет.

б) Облако данных вытянуто вправо–вниз, что говорит о вероятной отрицательной связи между средней годовой температурой и широтой города. С точки зрения здравого смысла связь должна быть. Чем севернее город (чем больше градус широты), тем холоднее должно быть. Но есть и другие климатические факторы (континентальность климата, высота над уровнем моря и другие), которые влияют на среднюю температуру. Поэтому облако широкое — связь слабая.

в) По форме облака данных можно предположить слабую положительную связь.

г) Получившееся облако имеет явный наклон вправо–вверх — наблюдается положительная связь между светимостью и массой звезд[5].



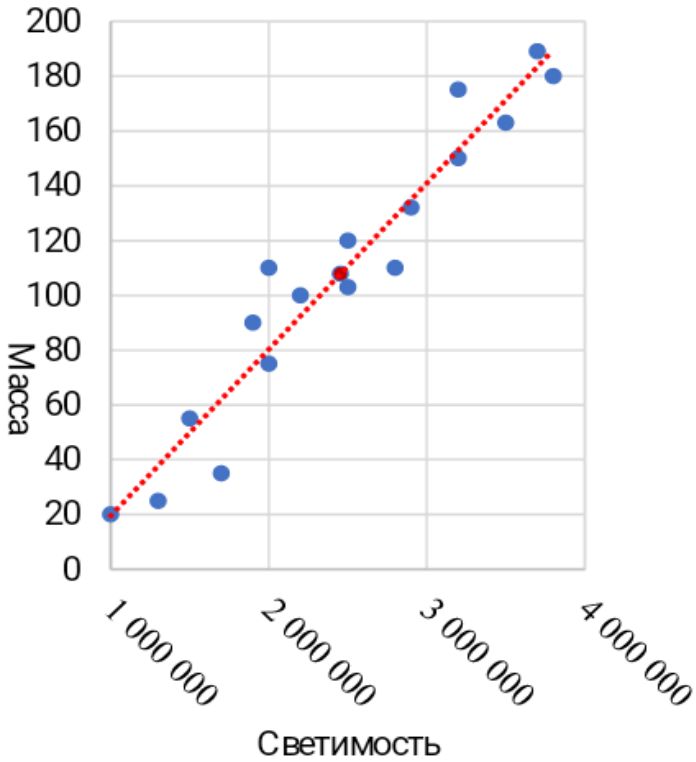
[5] Для звезд, масса которых превышает массу Солнца более чем в 20 раз, действительно имеет место линейная связь значений массы и светимости, что мы и наблюдаем на диаграмме рассеивания.

13. Центр облака данных имеет координату (2452 941;108). Ось диаграммы проходит через эту точку так, чтобы точки вокруг нее группировались более или менее равномерно. На рисунке — пример подходящей оси диаграммы с уравнением $y = 6 \cdot 10^{-5} x - 40$.

По этому уравнению ожидаемая масса звезды со светимостью $L = 3000000\, L_{\odot}$ равна

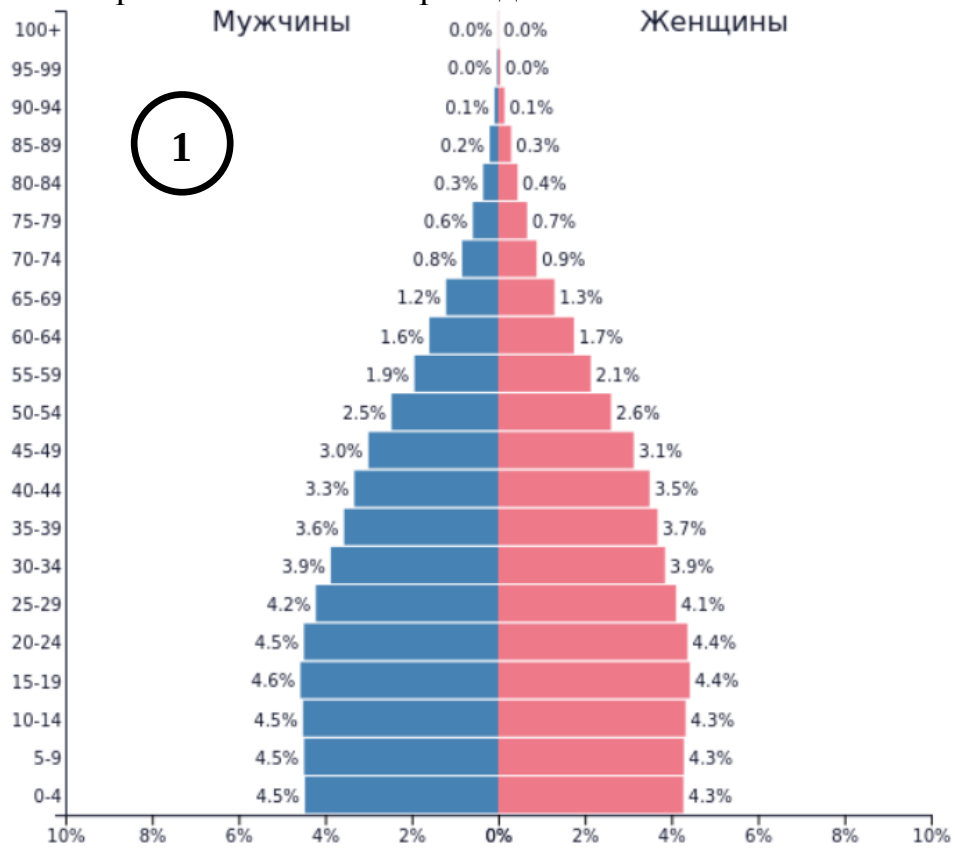
$$y = 6 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{6} - 40 = 140,$$

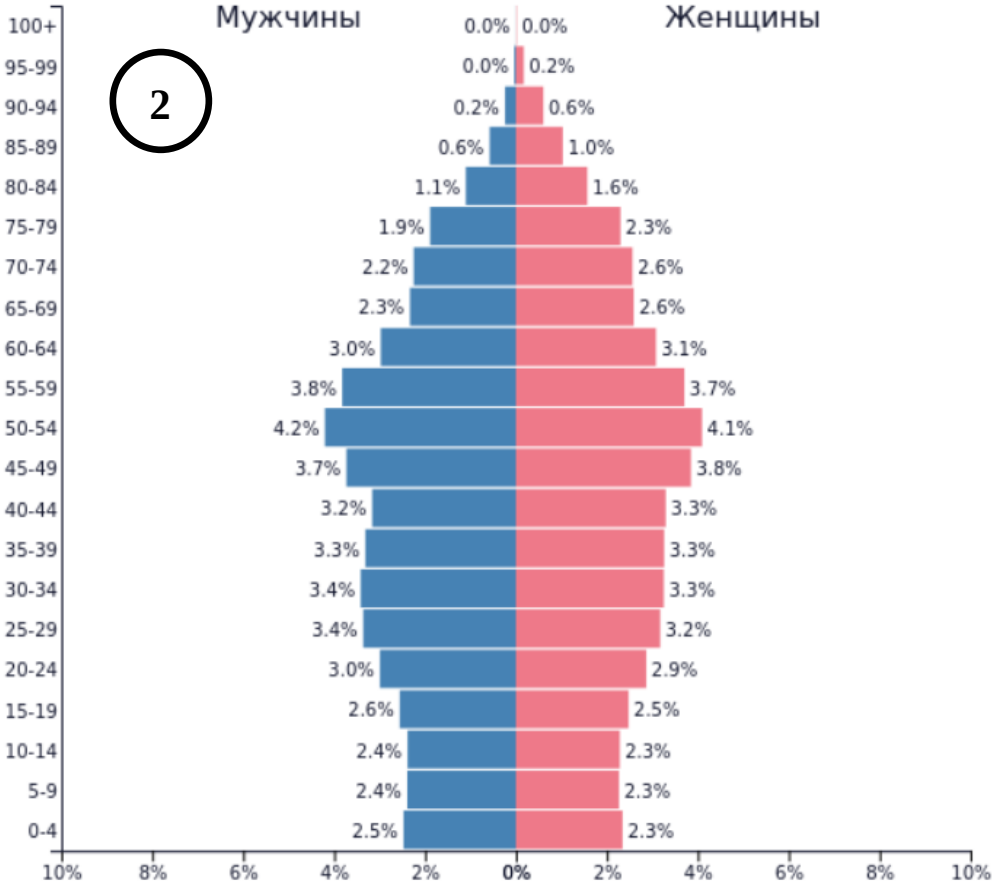
что видно и по диаграмме.

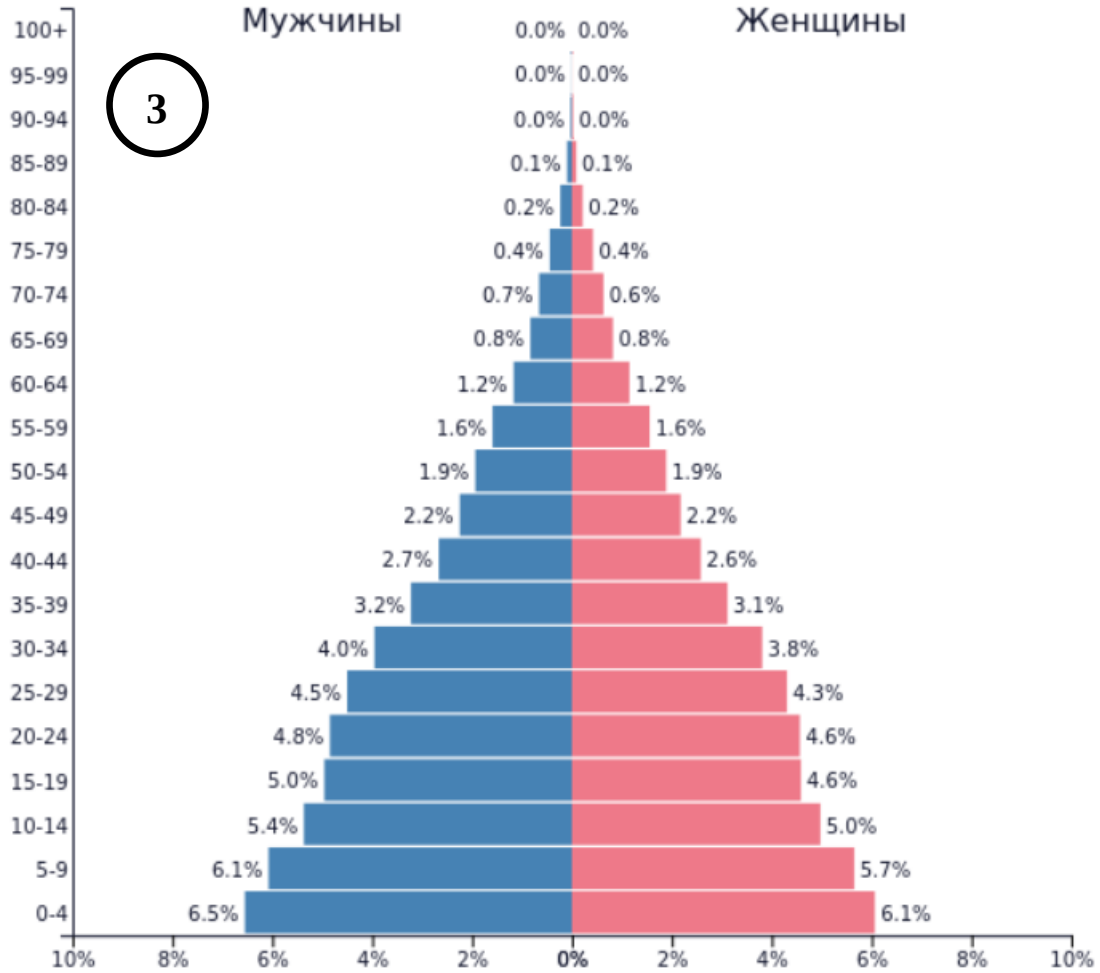


Приложение

10. Возрастно-половые пирамиды







12. Таблицы с данными

а)

Страна	**Площадь, кв.км**	**Экспл. длина Ж/Д сети, км**
Австрия	83879	5624
Германия	357385	33300
Франция	547030	29370
Великобритания	243809	15754
Чехия	78866	9441
Молдова	33846	1329
Финляндия	338400	5919
Швеция	447435	13000
Норвегия	385186	4114
Польша	312679	26644
Румыния	238391	11343
Испания	505900	15000
Италия	301340	16500
Турция	783563	10991
Бельгия	30528	3374

б)

Город	**Сев. Шир., °**	**Ср годовая Т, °С**
Берген	60	7,7
Токио	36	16,3
Владивосток	43	5,1
Южно-Сахалинск	47	3,3
Петропавловск-Камчатский	53	3,7
Катманду	30	18,7
Самарканд	39	14,3
Ланьчжоу	36	9,3
Душанбе	38	14,5
Якутск	62	-8,8
Алма-ата	43	11,2
Ашхабад	38	17,1
Исламабад	38	21,7
Ташкент	41	14,8
Петропавловск	54	2,5
Иркутск	52	1,4
Хельсинки	60	5,3
Воркута	68	-5,3
Чита	52	-1,4
Пекин	40	12,9
Тбилиси	41	13,3
Улан-Батор	47	-0,4
Хабаровск	48	2,4
Владикавказ	43	9,2
Мурманск	68	0,6
Осло	59	6,4
Архангельск	64	1,3
Петрозаводск	61	3,1
Копенгаген	55	9
Лондон	51	10,8
Дублин	53	9,7
Рейкьявик	64	4,7
Норильск	69	-9,6
Сургут	61	-1,7
Сыктывкар	61	1,3

в)

Вещество	**Плотность, г/куб.см**	**Температура плавления, °С**
Золото	19,3	1064
Платина	21,4	1768
Серебро	10,5	962
Свинец	11,3	327
Олово	7,3	231
Алюминий	2,7	660
Вольфрам	19,3	3422
Никель	8,9	1453
Медь	8,9	1083
Цинк	7,1	419
Железо	7,9	1538
Палладий	12	1554
Молибден	10,2	2620
Хром	7,2	1880
Тантал	16,6	3017
Рутений	12,4	2334
Титан	4,5	1670
Иридий	22,6	2466
Галлий	5,9	29,8
Кадмий	8,6	321
Ниобий	8,6	2468
Рений	21	3186
Осмий	22,5	3033