

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 7 КЛАСС (2 ч./нед.)

Урок 45. Диаграммы частот. Продолжение

Примерный сценарий урока по теме «Диаграммы частот». Учитель может на свое усмотрение использовать сценарий целиком или частично, используя фрагменты наряду с собственными разработками и материалами учебника¹. Авторы будут благодарны за замечания и предложения по структуре и содержанию сценариев.

Цель урока – формирование представлений о различных законах изменчивости и о том, как эта изменчивость отражается на гистограмме. У учащихся должно сложиться представление о том, что в изменчивости встречаются различные закономерности.

Оборудование: калькулятор.

Повторение. (учебник, с.74 №1, устно)



Вопросы

1. Численность населения страны обычно измеряется с точностью до ста тысяч человек. Ответьте на следующие вопросы.

а) Можно ли совершенно точно определить понятие «численность населения страны»?

б) Приведите несколько причин, влияющих на изменчивость числа жителей страны.

в) Как вы думаете, зачем нужно знать численность населения страны?

г) Нужно ли знать численность населения страны с точностью до 100 человек, до тысячи человек?

Желательный результат обсуждения. Численность населения – величина не постоянная, измерить которую точно нельзя. Всё время кто-то приезжает или уезжает, рождается, умирает. Истинное число жителей страны в любой момент узнать практически невозможно и даже нельзя точно сказать, что это такое.

В зависимости от размера страны численность населения измеряют в сотнях, тысячах или десятках тысяч человек.

Информация о численности населения важна правительству для экономических расчетов, оценки нужного количества детских садов, школ и т.п.

¹ Математика 7-9 класс. Теория вероятностей и статистика / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – 3-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2011. – 256 с.: ил.

Обсуждение эксперимента «сколько выпало орлов». В результате лабораторной работы, проходившей на уроке 44, были получены данные примерно 750 бросков (30 бросков у каждого ученика). Должна была получиться примерно такая гистограмма, как показана на рис. 1. Учитель может ориентироваться на результаты класса или на данный нами пример, скорректировать обсуждение в зависимости от получившихся результатов.

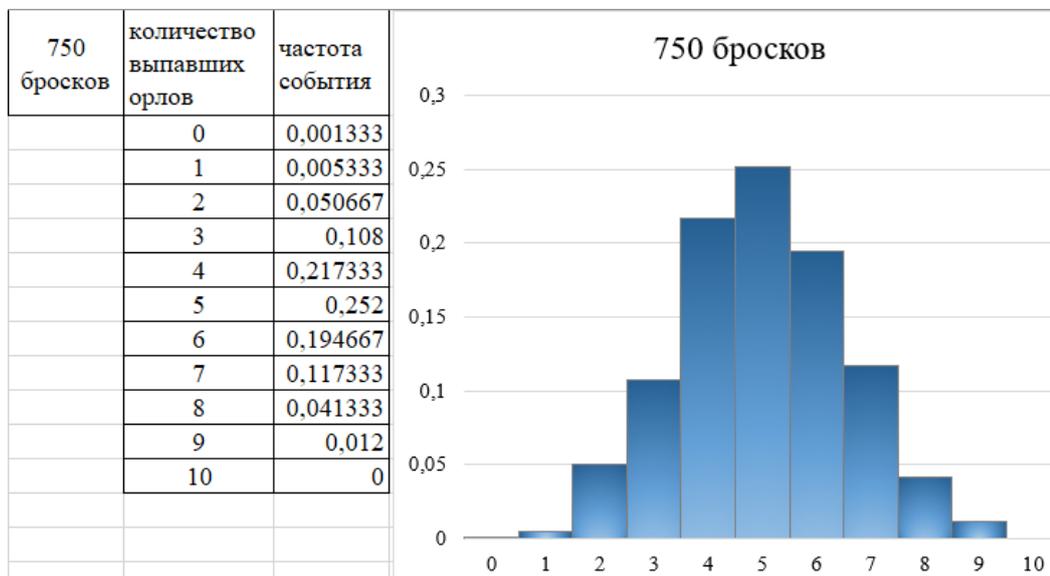


Рис. 1 Результат эксперимента «Количество выпавших орлов», 750 бросков

Примерный характер обсуждения. Получившаяся гистограмма имеет колоколообразную форму, напоминает гистограммы роста, пяди.

Можно показать, как меняются гистограммы с увеличением количества бросков². На рисунке 2 представлены диаграммы частот, построенные по первым 100, 250 и 750-ти броскам. Предложите сравнить результаты.

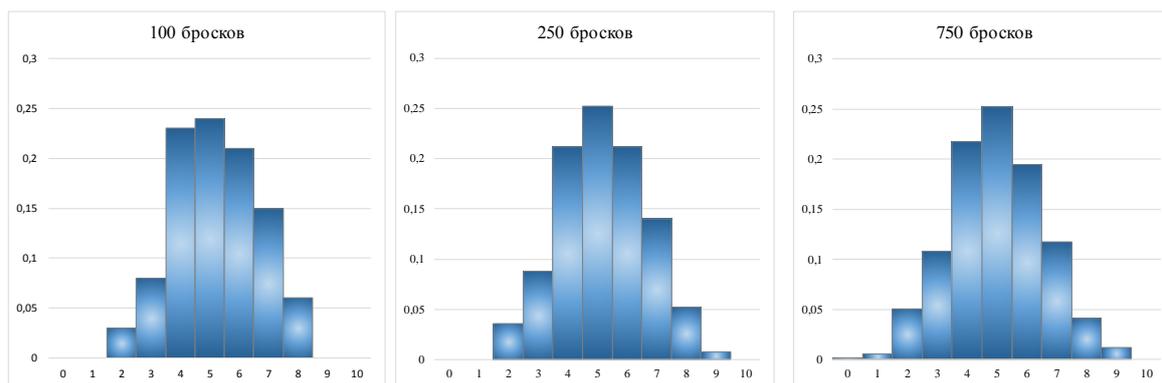


Рис. 2 Изменение гистограммы с увеличением количества бросков десяти монет.

Видно, что результат «5 орлов» – около четверти всех результатов на всех трёх гистограммах. Чем больше бросков, тем лучше видно колоколообразную форму гистограммы.

² Гистограммы эксперимента на первые 100, 250 и все броски автоматически отображаются на листе «Диаграммы» файла 44.xlsx после введения результатов бросков.

Предложите сравнить эти гистограммы с гистограммой такого же эксперимента, где монету бросили 10 000 раз³ (рис. 3).

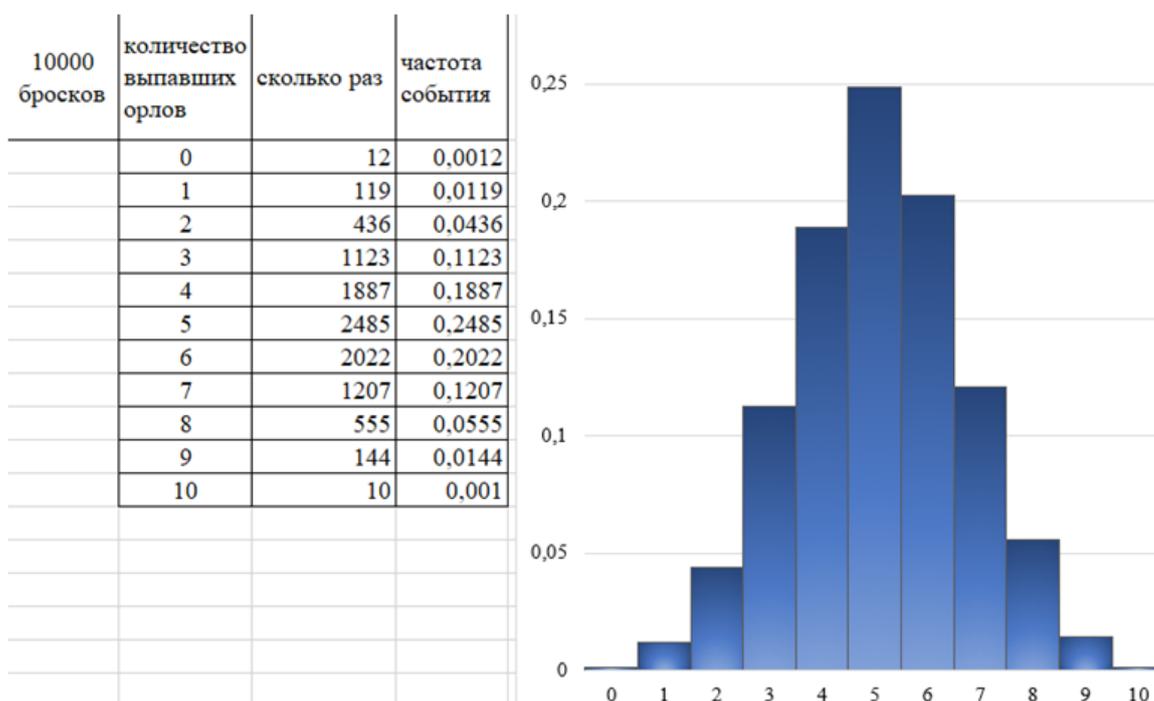


Рис.3 Результат эксперимента «Количество выпавших орлов», 10000 бросков

Новый материал

На прошлом уроке учащиеся познакомились с несколькими примерами, объединёнными общей колоколообразной формой гистограммы: очень малые и очень большие значения редки, большая часть наблюдений концентрируется вблизи среднего значения. Но встречаются закономерности другого характера.

Пример 1. Ивану Р. по работе приходится часто разговаривать по телефону. В таблице содержатся данные о продолжительности последних 260 телефонных разговоров Ивана Р. в секундах.

После группировки данных с интервалом в 30 секунд построена столбиковая диаграмма длительности разговоров и гистограмма (см. рис. 4).

Сравните эти диаграммы. Что можно сказать, судя по гистограмме, об изменчивости длительности телефонных разговоров Ивана Р.?

130	22	15	36	175	58	63	77	115	2	29	26	244
28	74	31	137	24	19	411	60	28	55	44	1	655
18	82	34	288	61	33	22	42	71	33	104	13	14
25	25	19	25	21	36	18	64	35	29	200	32	13
20	60	12	139	88	82	32	26	33	72	90	16	550
27	337	36	32	51	40	251	28	13	83	118	58	102
7	118	65	161	47	52	59	33	33	16	63	13	22
134	22	52	113	28	3	51	49	26	133	62	52	119
92	197	1	4	91	453	151	594	100	237	548	67	3
162	119	26	73	58	156	7	22	29	58	25	122	17
25	98	30	25	19	36	27	74	254	151	58	34	36
113	147	118	20	33	35	43	54	88	33	60	10	112
86	55	1	80	58	46	20	31	122	11	86	275	85
306	60	4	47	44	81	335	768	298	211	84	45	96
81	168	96	592	61	39	207	11	13	141	110	66	31
20	15	27	18	46	2	26	42	87	36	15	134	27
421	4	77	19	66	97	14	69	61	41	29	377	127
110	157	73	61	178	124	164	128	89	47	5	28	178
6	53	43	37	355	166	36	189	21	49	7	16	134
107	36	20	694	45	40	21	12	1	16	12	3	603

³ Эта гистограмма построена на листе «10000 бросков» файла 44.xlsx

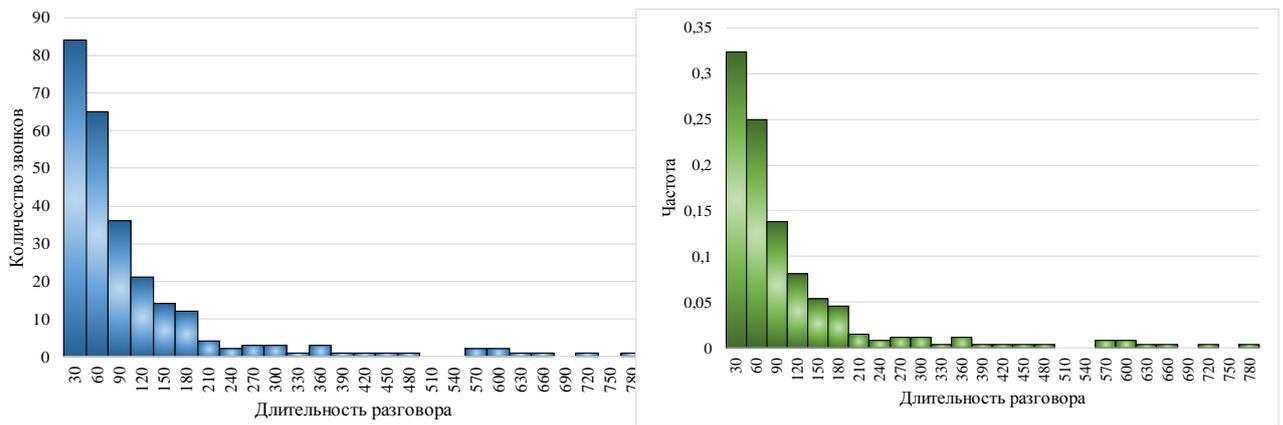


Рис. 4. Диаграмма и гистограмма длительности телефонного разговора

Желательный результат обсуждения. Диаграммы имеют одинаковую форму. Но на обычной диаграмме на вертикальной оси отмечается количество разговоров определённой длительности, а на гистограмме – частота таких разговоров.

В зависимости от поставленной задачи удобна либо обычная диаграмма, либо гистограмма. По гистограмме удобно судить о доле, а по диаграмме – о количестве разговоров определённой длительности.

Форма гистограммы сильно отличается от рассмотренных ранее. Чем короче разговоры, тем выше их доля. Чаше встречаются короткие разговоры, чем длительные.

Предложите учащимся в качестве домашней работы изучить длительность и составить гистограмму продолжительности их телефонных разговоров. Для сбора данных можно использовать журнал звонков мобильного телефона (см. рис. 5).

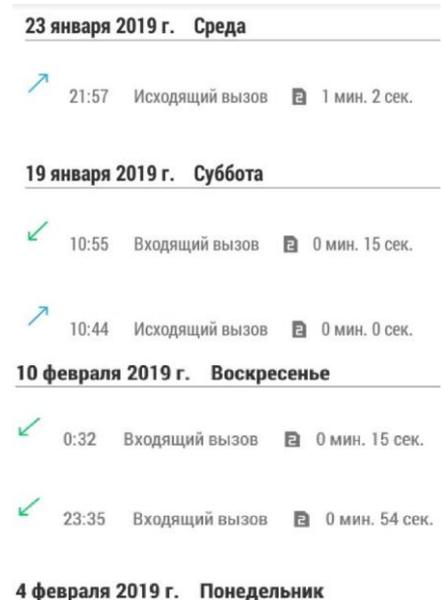


Рис. 5. Журнал звонков в мобильном телефоне

Пример 2. Юный статистик проводит серию экспериментов. В первый день он кидает игральный кубик до тех пор, пока не выпала «шестёрка». В таблицу он заносил данные о том, с какого броска это произошло. Так он делал много раз. Во второй день он делал то же самое, но до тех пор, пока не выпадет «тройка».



Каждый день он делал ровно 200 измерений. На рисунке 6 представлены гистограммы за два дня. По горизонтали отмечено число бросков кубика, в результате которых выпало нужное число, а по вертикали – частота этого события. Сравните гистограммы за 1-й и 2-й день. Можно ли предположить, что изменчивость данных подчиняется одинаковой закономерности?

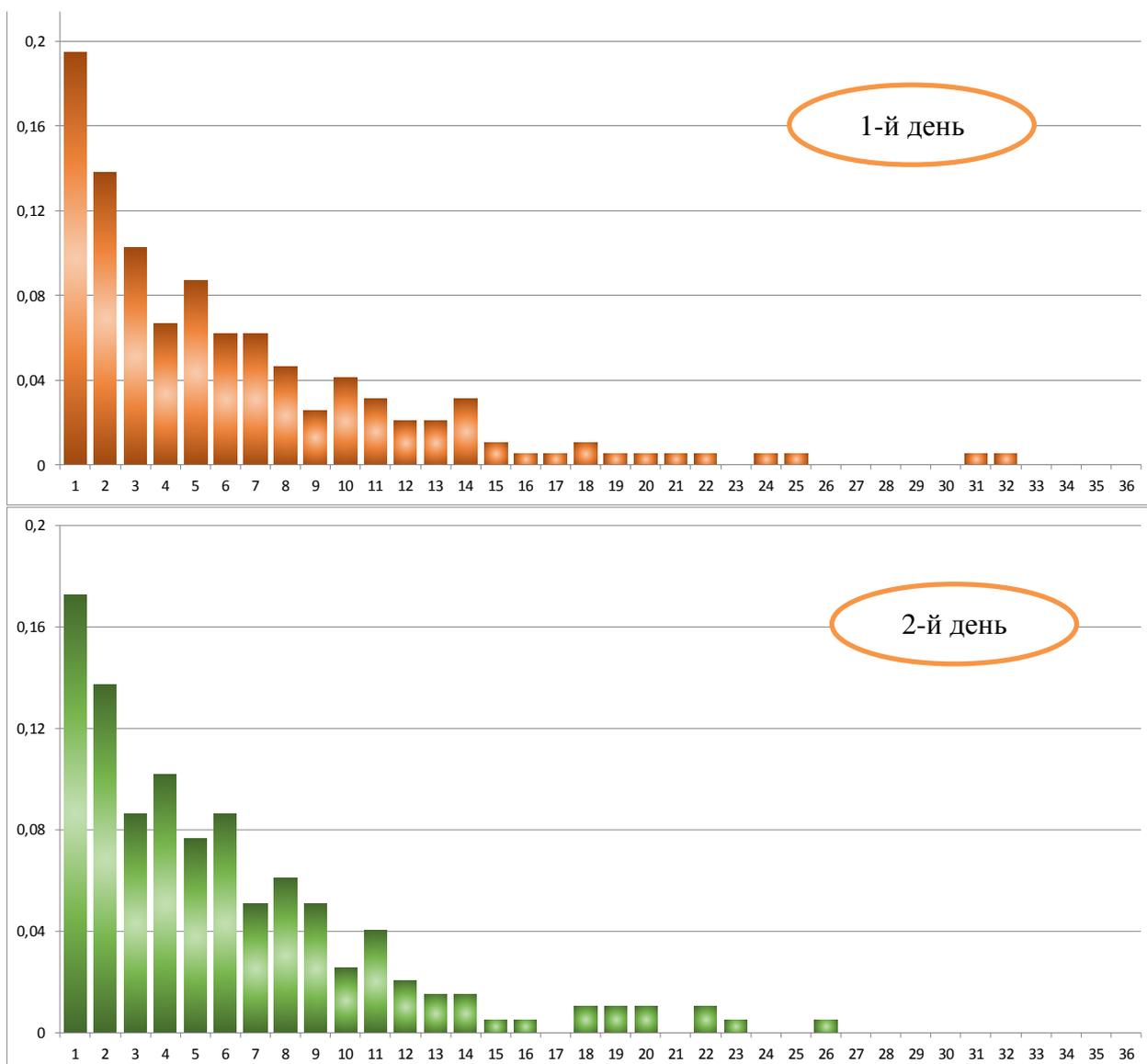


Рис. 6 Гистограммы эксперимента

Желательный результат обсуждения. Формы гистограмм похожи друг на друга. Несмотря на, казалось бы, совершенно иную природу данных, эти гистограммы похожи на гистограмму из предыдущего примера, построенную по длительности телефонных разговоров. И в примере со звонками, и в примере с бросанием игральной кости мы замечаем закономерности, и можно предположить, что эти закономерности имеют что-то общее.

Пример 3. На сервере крупного интернет-магазина хранятся данные о доступных товарах и онлайн-заказах. Некоторая компания обеспечивает работу сервера. Если в его работе случается сбой, то в компанию поступает заявка. На устранение сбоя уходит какое-то время. За неделю в компанию поступило более двух тысяч заявок. На гистограмме (см. рис. 7) представлены данные о времени обработки поступивших заявок⁴ (шаг группировки – 100 минут).

⁴ Время устранения неполадок считается от момента подачи заявки до момента ее устранения.

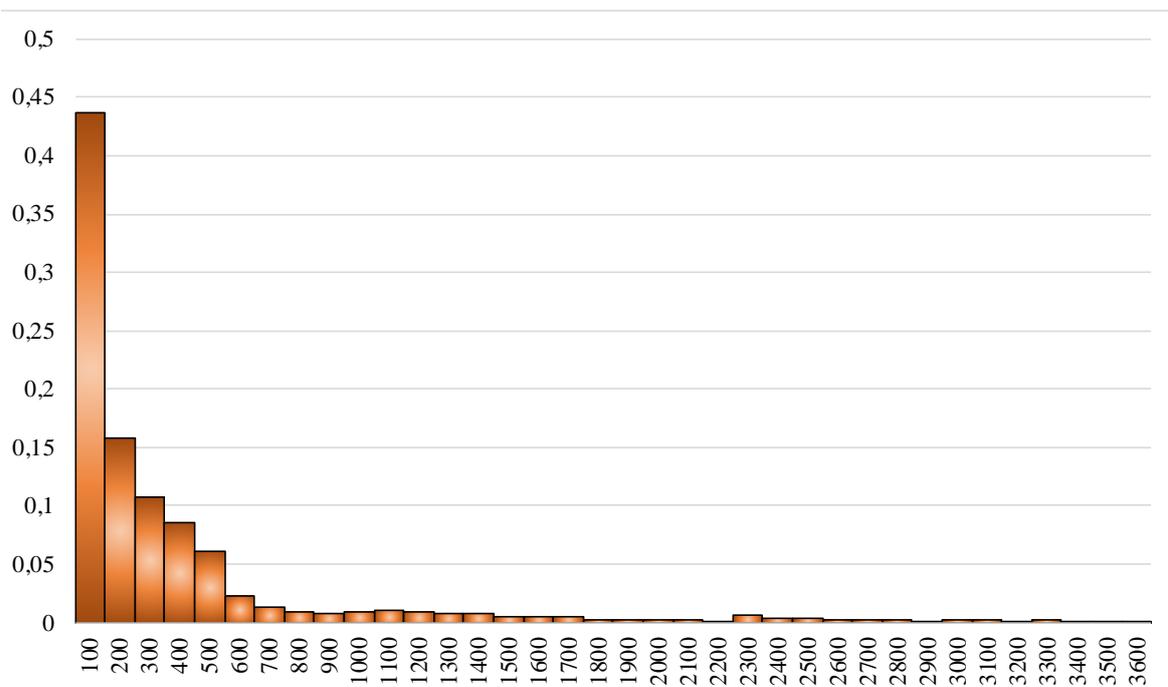


Рис. 7 Гистограмма «время устранения сбоя программы»

Желательный результат обсуждения. Похожая закономерность уже встречалась – чем меньше значение, тем чаще оно встречается. И даже возникает вопрос: нет ли чего-то общего в трёх разных видах изменчивости? Ведь во всех трёх случаях мы так или иначе измеряем время до некоторого события, которое может наступить в любой момент:

1. продолжительность телефонного разговора;
2. количество бросков до выпадения шестёрки на игральной кости;
3. время устранения компьютерного сбоя.

Выводы. В природе и в обществе встречаются самые разные закономерности в изменчивых величинах. Один из способов их изучения – гистограммы (диаграммы частот). Часто по форме гистограммы можно не только строить прогнозы, но иногда удаётся делать предположения о родственности разных изменчивых величин, вовсе непохожих с первого взгляда.

На уроках нам встретились гистограммы двух форм. Колоколообразная гистограмма характерна для таких видов изменчивости, где очень малые и очень большие значения встречаются редко. Вторая форма, где малые значения встречаются часто, а большие – намного реже, оказался характерен для времени телефонного разговора или времени устранения неожиданного сбоя в компьютерной программе.

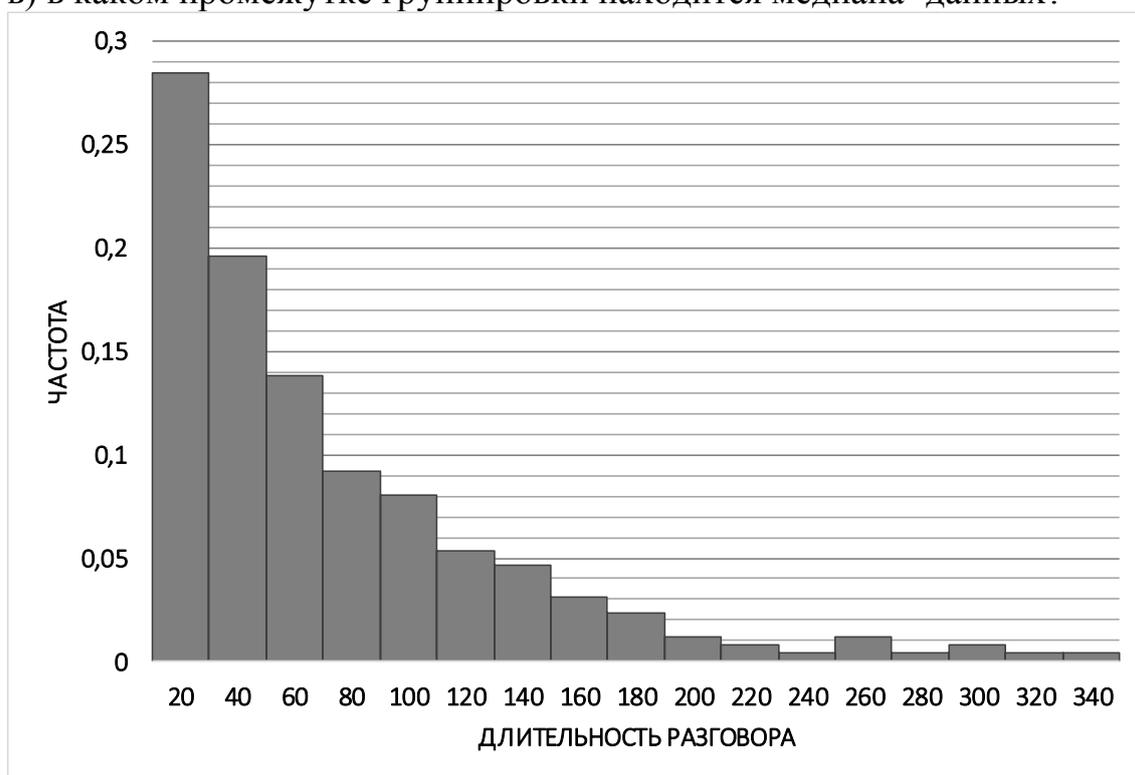
Рекомендуемое домашнее задание: см. приложение 1.

Приложение 1

Домашнее задание.

1. На гистограмме представлены данные о продолжительности телефонных разговоров Пети Васечкина за месяц. Шаг группировки – 20 секунд. Первый столбец соответствует звонкам длительностью менее 20 секунд, второй – от 20 до 40 секунд, и так далее. Определите по гистограмме:

- примерную частоту звонков длительностью от 80 до 100 секунд;
- примерную частоту звонков длительностью от 140 до 160 секунд;
- в каком промежутке группировки находится медиана⁵ данных?



2*. Изучите продолжительность ваших телефонных разговоров⁶ в «Журнале звонков» вашего телефона. Сгруппируйте данные (например, по 30 секунд) и нарисуйте гистограмму.

⁵ Чтобы найти медиану с помощью гистограммы, разделите ее вертикальной прямой на две части так, чтобы эти части имели примерно равную площадь (на глаз).

⁶ Задание следует предлагать только тем учащимся, у кого есть техническая возможность получить детализацию своих звонков или собрать статистику из журнала телефона.