

Контрольная работа. 8 класс.

Теория вероятностей и статистика.

Пояснительная записка

В контрольную работу по вероятности и статистике для учащихся 8 классов общеобразовательных школ включено 6 заданий.

Первые два задания отвечают темам «Представление данных» и «Описательная статистика. Средние значения». В большинстве образовательных учреждений Москвы этот материал изучался в 7 классе. Включение этих заданий в контрольные работы 8 класса связано, в первую очередь, с важностью этих тем.

Третье задание проверяет умение перечислять элементарные события в эксперименте, описанном в условии задачи.

Четвертое, пятое и шестое задание проверяют умение вычислять вероятности событий, составленных из равновероятных исходов эксперимента. Задания расположены по возрастанию сложности и отвечают требованиям государственного стандарта основной школы. Последнее шестое задание составлено с таким расчетом, что учащиеся, владеющие комбинаторными знаниями, могли применить их для решения задачи. Однако задача решается и без комбинаторики прямым перебором всех элементарных событий и благоприятствующих событий.

Вариант 1 опубликован с решением.

Примерное содержание заданий работы отражено в заданиях демонстрационного варианта.

На работу учащимся отводится 45 минут. Данные в задании адаптированы таким образом, что вычисления проводятся с одним десятичным знаком после запятой. Поэтому все расчеты могут быть проведены и без калькулятора, однако учащимся в ходе работы **разрешено** пользоваться калькуляторами.

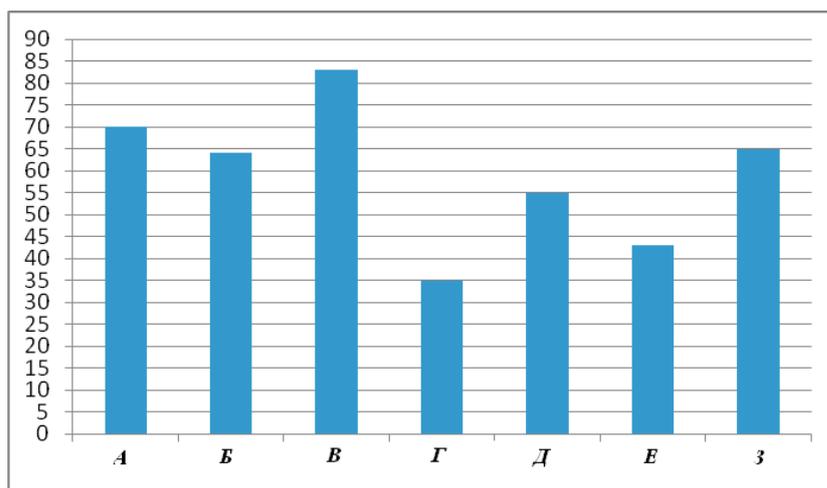
Критерии оценивания

Отметка «отлично» ставится, если безошибочно выполнены любые пять заданий из шести; отметка «хорошо» ставится за выполнение четырех любых заданий, возможно с одной вычислительной ошибкой при верном ходе

рассуждений; отметка «удовлетворительно» – за выполнение трех любых заданий, возможно с вычислительной ошибкой.

Вариант 1.

1 Рейтинговое агентство проводило опрос среди покупателей «Какой книжный магазин Вам больше нравится?» Столбиковая диаграмма показывает рейтинги семи магазинов (в баллах) по результатам опроса.



По диаграмме определите:

- какой магазин получил наибольшее число голосов по результатам опроса;
- сколько магазинов набрало более 60 баллов?

2 В таблице указано количество проданной минеральной воды (в тыс. бутылок) в весенние и летние месяцы за два года (по данным компании-производителя).

	2007	2008
Март	100	105
Апрель	104	111
Май	112	110
Июнь	119	126
Июль	120	125
Август	110	120

- Вычислите среднее арифметическое данных за все летние месяцы.
- Вычислите среднее арифметическое данных за все весенние месяцы.
- Дайте возможное объяснение тому, что найденные показатели отличаются друг от друга.

3 В городе планируется построить метрополитен, в котором три линии – Южная, Западная и Кольцевая. Художнику поручено нарисовать схему будущего метрополитена, причем каждая линия должна иметь свой цвет. Художник использует три цвета: красный, синий и зеленый.

- Сколько существует возможных вариантов распределения цветов?
- Перечислите все варианты с помощью таблицы.

4 На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что:

- а) первой будет выступать гимнастка из России;
- б) последней будет выступать гимнастка или из России, или из Китая.

5 Иван и Петр играют в кости. Каждый бросает кость два раза. Выигрывает тот, у кого выпавшая сумма очков больше. Если суммы очков равны, игра оканчивается вничью. Первым бросал кости Иван, и у него выпало 5 очков и 3 очка.

Теперь бросает кости Петр.

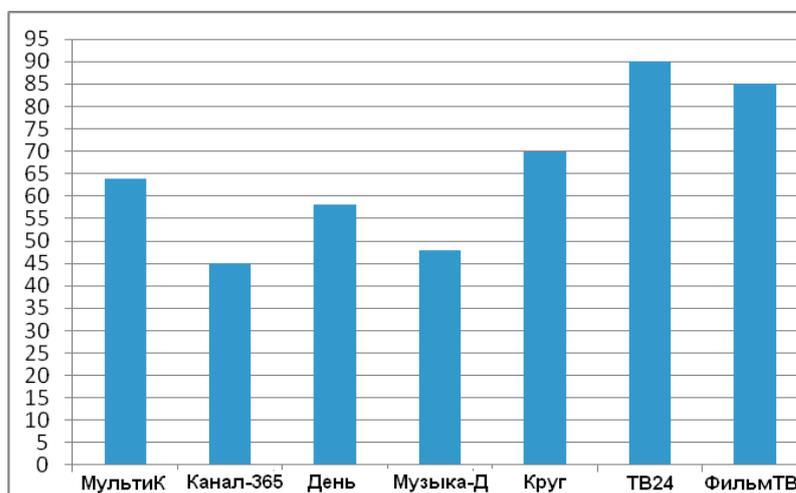
- а) В таблице элементарных событий укажите (штриховкой) элементарные события, благоприятствующие событию «Петр выиграет»
- б) Найдите вероятность события «Петр выиграет».

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

6 Найдите вероятность того, что в случайно выбранном семизначном телефонном номере последние четыре цифры – тройка и три двойки (в любом порядке).

Вариант 2 .

1 Рейтинговое агентство проводило опрос среди телезрителей «Какой телеканал Вам больше нравится?» На диаграмме показаны рейтинги семи телевизионных каналов (в баллах) по результатам опроса.



По диаграмме определите:

- какой канал получил наименьшее число голосов по результатам опроса;
- сколько каналов набрали менее 50 баллов?

2 В таблице указано количество проданных порций мороженого (в тыс. штук) в летние и осенние месяцы за два года (по данным компании-производителя).

	2007	2008
Июнь	815	843
Июль	817	915
Август	507	543
Сентябрь	411	500
Октябрь	225	450
Ноябрь	211	411

- Вычислите среднее арифметическое данных за все летние месяцы.
- Вычислите среднее арифметическое данных за все осенние месяцы.
- Дайте возможное объяснение тому, что найденные показатели отличаются друг от друга.

3 В городе три района – Заречный, Фабричный и Центральный. Художнику поручено нарисовать план города, причем каждый из районов должен быть выделен своим цветом. Художник решил использовать три цвета: розовый, голубой и желтый.

- Сколько существует возможных вариантов распределения цветов?
- Перечислите все варианты с помощью таблицы.

4 На чемпионате по прыжкам в воду выступает 20 спортсменов, среди

них 5 прыгунов из России и 3 прыгуна из США. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что:

- а) первым будет прыгать спортсмен из США;
- б) вторым будет прыгать спортсмен или из России, или из США.

5 Татьяна и Виктория играют в кости. Каждая бросает кость дважды. Выигрывает та, у кого выпавшая сумма очков больше. Если суммы очков равны, игра оканчивается вничью.

Первой бросала кости Виктория, и у нее выпало 2 очка и 4 очка.

Теперь бросает кости Татьяна.

а) В таблице элементарных событий укажите (штриховкой) элементарные события, благоприятствующие событию «Виктория выигрывает»

б) Найдите вероятность события «Виктория выигрывает».

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

6 Найдите вероятность того, что в случайно выбранном семизначном телефонном номере последние пять цифр – одна семерка и четыре восьмерки (в любом порядке).

**Решение заданий, требования к выполнению
и рекомендации по оцениванию (только для варианта 1)**

Задание 1

См. решение задания 1 варианта 1 7 класса

Это задание на чтение столбиковой диаграммы. От учащихся не требуется ни пояснений, ни развернутых ответов.

Задание 2

Возможное решение. Вычислим среднее за все летние месяцы:

$$\frac{119 + 126 + 120 + 125 + 110 + 120}{6} = 120 .$$

Теперь найдем среднее за все весенние месяцы:

$$\frac{100 + 105 + 104 + 111 + 112 + 110}{6} = 107 .$$

Ответ: а) 120; б) 107; в) Вероятно, весной минеральную воду покупают меньше, потому что не так жарко, как летом, и пить хочется меньше.

При вычислении средних учащихся может воспользоваться свойствами средних. Например, вычисляя средние за все летние месяцы можно упростить вычисления, отняв от каждого из чисел 110, а потом прибавив это число к результату усреднения

$$\frac{9 + 16 + 10 + 15 + 0 + 10}{6} + 110 = 10 + 110 = 120 .$$

Ответ на пункт (в) может быть непредсказуемым. Например – отличие небольшое, потому что хотя летом воды пьют больше, но все разъехались на дачи и покупают воду в других магазинах. Или: продажи весной и летом отличаются, потому что весной покупателям вода понравилась, и летом они стали покупать ее больше. Главный критерий – рассуждение содержит возможное, правдоподобное объяснение ситуации.

Задание 3

Возможное решение. Сначала решим пункт (б), перечислив варианты. Построим таблицу и заполним ее. Если Южная линия имеет красный цвет, то Западная и Кольцевая имеют соответственно зеленый и синий или наоборот. Внесем эти два варианта в таблицу и найдем еще по два варианта в случаях, когда Южная линия имеет синий или зеленый цвет. Получим таблицу.

Южная	К	К	С	С	З	З
Западная	З	С	К	З	К	С
Кольцевая	С	З	З	К	С	К

Тогда всего существует 6 раскрасок.

Ответ: а) 6

Не следует выдавать школьникам шаблон таблицы заранее. Таблица должна быть сконструирована самостоятельно. При этом варианты могут располагаться как в строках, так и в столбцах. Обозначения цветов могут быть сделаны буквами, или цветовыми метками, линии метро также могут быть обозначены первыми буквами и т.п. В принципе, совершенно не играет роли, отделены ли графы таблицы друг от друга линиями или нет. Таблица должна быть аккуратной, полной и понятной. Других требований к ней нет. Пункт (а) многие школьники могут решить независимо от (б). Например, с помощью комбинаторного правила умножения: Южной линии назначаем любой из трех цветов, для Западной остается два цвета, а для Кольцевой – один. $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Особенное внимание следует обратить на тех учащихся, у кого в пунктах (а) и (б) получилось разное число раскрасок. Контроль над этой ошибкой не проводился, но в будущем планируется.

Задание 4

Возможное решение. а) при выборе первой гимнастки общее число элементарных событий $N = 18$, число элементарных событий, благоприятствующих событию $A = \{\text{первая из России}\}$, $N(A) = 3$.

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}.$$

б) Пусть $B = \{\text{последняя из России или из Китая}\}$.

$$N = 18, N(B) = 3 + 2 = 5, P(B) = \frac{5}{18}.$$

Учащийся может не обозначать события буквами. Запись решения может быть более или менее подробной, чем приведенная в примерном решении.

Возможное решение. Чтобы выиграть, Петр в сумме должен выбросить больше, чем $5 + 3 = 8$. Заштрихуем в таблице исходов опыта с бросанием двух игральных костей все исходы, благоприятствующие событию «Сумма очков больше 8».

Общее число элементарных событий 36, число благоприятствующих событий равно 10, значит,

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

вероятность равна $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Учитель может разрешить учащимся пользоваться для штриховки заранее подготовленной таблицей, либо потребовать перечертить таблицу в тетради. Не нужно требовать специальных письменных пояснений к штриховке.

Задание 6

Возможное решение. Общее число возможных комбинаций последних четырех цифр: $N = 10^4$. Указанному событию благоприятствуют исходы вида 3222, где цифры следуют в любом порядке. Позицию для тройки можно выбрать $C_4^1 = 4$ способами. На остальные места нужно поставить двойки.

Тогда искомая вероятность равна $\frac{C_4^1}{N} = \frac{4}{10^4} = \frac{1}{2500} = 0,0004$.

Учащийся может не использовать комбинаторные соображения, а просто перечислить все благоприятствующие исходы: 3222, 2322, 2232 и 2223. Общее число комбинаций также можно найти непосредственно – чисел от 0 до 9999 ровно 10000. Ответ может быть записан как обыкновенной, так и десятичной дробью.

Ответы к заданиям контрольных работ

Вариант 1

- 1 а) В (или третий магазин) б) 4;
2 а) 120 б) 107 в) Возможно, весной минеральную воду покупают меньше потому, что не так жарко, как летом, и пить хочется меньше;
3 а) 6
б)

Южная	К	К	С	С	З	З
Западная	З	С	К	З	К	С
Кольцевая	С	З	З	К	С	К

- 4 а) $\frac{1}{6}$ б) $\frac{5}{18}$;

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

5 а) б) $\frac{5}{18}$;

6 0,0004.

Вариант 2

1 а) Канал-365 б) 2;

2 а) 740 б) 368 в) Осенью люди покупают меньше мороженого, чем летом потому, что осенью холоднее;

3 а) 6
б)

Заречный	Р	Р	Г	Г	Ж	Ж
Фабричный	Ж	Г	Р	Ж	Р	Г
Центральный	Г	Ж	Ж	Р	Г	Р

4 а) $\frac{3}{20}$ б) $\frac{2}{5}$;

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

5 а) б) $\frac{5}{18}$.

6 0,00005.