



## Занятия 3 и 4 (23 января)

### I. Условная вероятность, независимость событий, формула полной вероятности и формула полной вероятности

1. При двукратном бросании игральной кости выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

2. Известно, что в семье двое детей, и что один из них – мальчик. Какова вероятность того, что второй ребенок тоже мальчик?

3. Известно, что в семье двое детей, и что один из них – мальчик, который родился в понедельник. Какова вероятность того, что второй ребенок тоже мальчик?

4. К юбилею Санкт-Петербургских математических олимпиад монетный двор отчеканил три юбилейные монеты. Одна монета получилась правильно, у второй монеты на обеих сторонах оказалось два орла, а у третьей обе стороны — решки. Директор монетного двора не глядя выбрал одну из этих трёх монет и бросил её наудачу. Выпал орёл. Чему равна вероятность того, что на второй стороне этой монеты тоже орёл?

5. Игральная кость имеет форму правильного тетраэдра. На первой грани синяя точка, на второй – зеленая, а на третьей – красная. На четвертой грани три точки всех этих цветов. Кость бросают наудачу.

а) Независимы ли два события  $G$  «выпала грань с зеленой точкой» и  $B$  «выпала грань с синей точкой»?

а) Независимы ли три события  $G$  «выпала грань с зеленой точкой»,  $B$  «выпала грань с синей точкой» и  $R$  «выпала грань с красной точкой»?

6. Ровно половина населения острова Невезения — зайцы, а остальные — кролики. Жители острова никогда не лгут сознательно, но могут добросовестно заблуждаться. Зайцы добросовестно заблуждаются в среднем в каждом четвёртом случае, а кролики добросовестно заблуждаются в среднем в каждом третьем случае. Однажды в центр острова вышел зверь и закричал: «Я не заяц!» Через некоторое время он грустно сказал: «Я не кролик». Какова вероятность того, что он всё же заяц?

7. 40 % приверженцев некоторой политической партии являются женщинами. 70 % приверженцев этой партии — городские жители. При этом 60 % горожан, поддерживающих партию, — мужчины. Являются ли независимыми события «приверженец партии — горожанин» и «приверженец партии — женщина»?

8. Вероятность рождения двойняшек в Швамбрании равна  $p$ , тройняшки в Швамбрании не рождаются. В семье швамбранского премьер-министра трое детей. Какова вероятность того, что среди них есть пара двойняшек?

9. Задние габаритные фонари для автомобилей ВАЗ выпускают во Владимире (60% всех фонарей и среди них 2% брака) и в Киржаче (все остальные фонари и среди них 3% брака).

а) Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине фонарь бракованный.

б) Какова вероятность того, что случайно купленный фонарь изготовлен во Владимире, если оказалось, что он бракованный?

10. У Портоса в левом кармане было семь монет: 3 луидора и 4 экю, а в правом – пять монет: 2 луидора и 3 экю. Случилось так, что один случайный карман прохудился и две монеты выпали.

а) Какова вероятность, что обе выпавшие монеты – луидоры?

б) Скачущий следом за Портосом Арамис увидел, что у Портоса из камзола выпало одно экю и один луидор. Какова вероятность того, что прохудился правый карман?

11. Игральную кость бросали до тех пор, пока в сумме не выпало 4 очка. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска?

12. \*В автобусе  $n$  мест, и все билеты проданы  $n$  пассажирам. Первым в автобус заходит Рассеянный Учёный и, не посмотрев на билет, занимает первое попавшееся место. Далее пассажиры входят по одному. Если вошедший видит, что его место свободно, он занимает своё место. Если же место занято, то вошедший занимает первое попавшееся свободное место. Найдите вероятность того, что пассажир, вошедший последним, займёт место согласно своему билету.

## II. Геометрическая вероятность

13. На окружности случайно и независимо друг от друга выбирают две точки. Какова вероятность того, что они окажутся друг от друга на расстоянии менее одного радиуса?

14. На окружности случайно и независимо друг от друга выбирают три точки. Какова вероятность того, что эти точки являются вершинами остроугольного треугольника?

15. \*(задача о встрече) Два приятеля – Иван и Евгений – давно не виделись и решили вместе пообедать в ресторане. Оба занятые люди, встреча может сорваться, поэтому договорились так: Иван приходит в ресторане где-то между полуднем и часом дня и ждет ровно 15 минут, затем уходит, если Евгения нет. Евгений поступает так же. Какова вероятность того, что они встретятся?

16. \*(задача об игле Бюффона). Плоскость разграфлена параллельными прямыми; соседние прямые отстоят друг от друга на расстояние  $a$ . На плоскость бросают иглу длиной  $l$ . Какова вероятность того, что игла пересечет хотя бы одну из прямых?

17. \*У одного племени был, говорят обычай — перед началом сезона дождей во время ритуального танца шаман подбрасывал высоко вверх цепочку из трёх тонких прямых прутиков, причем соседние прутья могли свободно вращаться друг относительно друга. Прутья падали на песок, образуя случайную ломаную из трех звеньев. Если ломаная оказывалась с самопересечением, то племя в наступающем году ждали неурожай и болезни. Если же самопересечения не было, то год обещал быть сытным и счастливым. Найдите вероятность того, что на следующий год прутья напророчат удачу.

18. \*На плоскость нанесена квадратная сетка. Сторона каждого квадрата 1. На эту плоскость случайным образом бросают иглу длиной 1. Какова вероятность того, что эта игла пересечет хотя бы одну из прямых?