ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 26.

III Сем. 1 Сентября 1887 г. № 2.

Какъ сложилось ученіе объ измѣненіи физическаго состоянія газовъ.

(*Продолженіе* *).

III. О критической температурѣ.

Изученіе вопроса о сжиженіи газовъ привело къ открытію одного замѣчательнаго свойства ихъ, ближайшее знакомство съ которымъ въ свою очередь способствовало окончательному разрѣшенію этого вопроса. Мы разумѣемъ ученіе о критической температурѣ. Собственно говоря, основанія этого ученія были высказаны ранѣе, чѣмъ начаты первые опыты сжиженія газовъ; но, по странной случайности, значеніе его было просмотрѣно учеными и оцѣнено по достоинству только въ 60-хъ годахъ текущаго столѣтія.

Положившимъ начало ученію о критическомъ состояніи тѣлъ былъ французскій ученый Каньяръ-де-Латуръ, который въ 1822 г. произвелъ рядъ слѣдуюшихъ опытовъ **). Наполняя стекляныя трубки (до $^1/_2$ и $^1/_3$ ихъ объема) различными жидкостями (спиртомъ, эфиромъ, водою) и закрывая ихъ герметически (предварительно удаливъ воздухъ),—онъ подвергалъ ихъ постепенно возрастающему нагрѣванію; при этомъ сначала часть жидкости испарялась, и въ трубкѣ легко можно было наблюдать одновременно два слоя—нижній, жидкій и верхній газообразный,—раздѣленные ярко очерченнымъ менискомъ; но затѣмъ, при дальнѣйшемъ на-

*) См. „Вѣстникъ“ № 15 стр. 55 и № 19 стр. 157.

**) См. Annales de Chimie et de Physique, 1822, tt. XXI, XXII, pp. 410, 127, 128.

b) Можетъ-ли сумма двухъ дробей равняться ихъ произведенію? Если можетъ, то какой видъ должны имѣть дроби?

А. Гольденбергъ (Спб.).

№ 173. Вычислить стороны треугольника, зная стороны вписанныхъ въ него квадратовъ. *А. Гольденбергъ* (Спб.).

№ 174. Доказать теорему: если проведемъ въ кругѣ діаметръ MN и перпендикулярную къ нему хорду AC, если на этой хордѣ или ея продолженіи возьмемъ произвольную точку K, то прямыя KM и KN (или ихъ продолженія) пересѣкутъ окружность въ двухъ точкахъ B и D, которыя съ точками A и C образуютъ вершины гармоническаго четыреугольника. *Мясковъ* (Спб.).

NB. Вписанный четыреугольникъ ABCD называется *гармоническимъ* въ томъ случаѣ, когда произведенія его противолежащихъ сторонъ равны, т. е. когда

$$AB.\,CD = BC.\,AD.$$

Болѣе подробно свойства гармоническаго четыреугольника были изложены въ статьѣ пр. В. Ермакова, помѣщенной въ № 1 „Вѣстника“ (стр. 7, Сем. I).

№ 175. Опредѣлить x, y, z, t изъ уравненій:

$$x\sqrt[4]{y} + t\sqrt[4]{z} = a$$

$$x\sqrt{y} + t\sqrt{z} = b$$

$$x\sqrt[4]{y^3} + t\sqrt[4]{z^3} = c$$

$$xy + tz = d$$

и общее рѣшеніе прямѣнить къ частному случаю когда

$a = c = 5$, $b = 7$, $d = -17$. *Р. Фогель* (Кіевъ)

Рѣшенія задачъ.

№ 31. Нѣсколько игроковъ, n, затѣяли игру на слѣдующихъ условіяхъ: кладутъ въ урну n билетиковъ, въ числѣ которыхъ только одинъ выигрышный, и потомъ вынимаютъ каждый по одному билету всегда въ одномъ и томъ же порядкѣ, т. е. сначала первый игрокъ, потомъ второй и т. д. до тѣхъ поръ, пока одинъ изъ нихъ не вытянетъ выигрышнаго билетика. Въ его пользу идетъ общая ставка. Какъ велики должны быть ставки игроковъ, считая отъ перваго до послѣдняго, для того чтобы такая игра была безобидною?

Опредѣлимъ вѣроятность, что выигрышный билетъ вынется за какимъ-либо m-тымъ разомъ, гдѣ $m \leqq n$. Вѣроятность событія, какъ извѣстно, выражается дробью, знаменатель которой равенъ числу всевозможныхъ случаевъ могущихъ имѣть мѣсто, а числитель равенъ числу тѣхъ изъ этихъ случаевъ, въ которыхъ происходитъ событіе. При послѣдовательномъ выниманіи m билетовъ изъ даннаго запаса n билетовъ число всевозможныхъ случаевъ очевидно выразится *числомъ размѣщеній* изъ n предметовъ по m, т. е.

$$n.(n-1)\dots(n-m+1).$$

Число благопріятныхъ разсматриваемому событію случаевъ равно числу тѣхъ размѣщеній изъ n по m, въ которыхъ на послѣднемъ мѣстѣ стоитъ выигрышный билетъ. Но это есть число размѣщеній изъ $n-1$ билетовъ по $m-1$, такъ какъ выигрышный билетъ, стоящій на m-мъ мѣстѣ, размѣщенію не подвергается. Итакъ число случаевъ, въ которыхъ событіе имѣетъ мѣсто равно

$$(n-1)(n-2)\dots(n-1-(m-1)+1)$$

Откуда искомая вѣроятность:

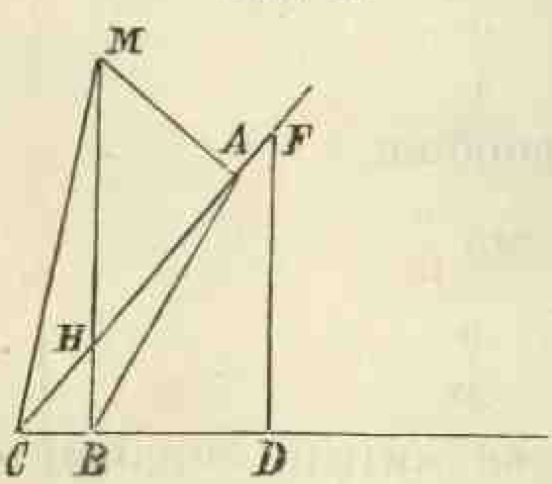
$$\frac{(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{n(n-1)\dots(n-m+1)}=\frac{1}{n}.$$

Слѣдовательно вѣроятность, что выигрышный билетъ вынется какимъ-либо игрокомъ, равна вѣроятности, что онъ вынется первымъ. Поэтому ставки игроковъ должны быть равныя.

NB. Всѣ присланныя въ редакцію рѣшенія этой задачи были ошибочны; авторы ихъ упустили изъ виду, что при числѣ билетиковъ равномъ числу игроковъ шансы вытянуть выигрышный билетъ совершенно одинаковы для всѣхъ, въ какомъ-бы они порядкѣ не сидѣли, точно также какъ и въ любой лоттереѣ, имѣющей одинъ выигрышъ на n билетовъ.

№ 44. Данъ уголъ и прямая AB опредѣленной длины; эта послѣдняя движется, упираясь своими концами A и B на стороны угла. Не прибѣгая къ тригонометріи, опредѣлить геометрическое мѣсто точекъ встрѣчи перпендикуляровъ, возставленныхъ въ точкахъ A и B къ соотвѣтственнымъ сторонамъ угла.

Фиг. 5.



Пусть ACB данный уголъ, AB—одно изъ положеній данной прямой и M—точка пересѣченія перпендикуляровъ AM и BM. Если FD есть то положеніе прямой AB, при которомъ она перпендикулярна къ одной изъ сторонъ угла, т. е. если имѣемъ

$$FD=AB \text{ и } FD\perp CD,$$

то длина отрѣзка FC есть величина неизмѣнная и вполнѣ опредѣленная.

Докажемъ, что точка M всегда будетъ лежать на окружности, описанной радіусомъ равнымъ отрѣзку FC около вершины угла C.

Такъ какъ углы ACB и AMB, составленные соотвѣтственно перпендикулярными прямыми, или равны или—когда точка M лежитъ внутри даннаго угла—дополняютъ другъ друга до двухъ прямыхъ, то четыре точки A, B, C, M во всякомъ случаѣ лежатъ на одной окружности; отсюда слѣдуетъ равенство угловъ ACM и ABM и подобіе треугольниковъ AHB и MHC, изъ котораго заключаемъ, что

$$\frac{MH}{AH} = \frac{MC}{AB}.$$

Но съ другой стороны изъ подобія треугольниковъ AMH и CFD имѣемъ

$$\frac{MH}{AH} = \frac{CF}{FD}.$$

Сравнивая обѣ пропорціи находимъ

$$\frac{MC}{AB} = \frac{CF}{FD},$$

а такъ какъ AB=FD по условію, то

$$MC = CF,$$

что и требовалось показать. Итакъ, искомое геометрическое мѣсто есть окружность радіуса CF, описанная около вершины даннаго угла.

А. Покровскій (Кіевъ), *П. Никульцевъ* (Смоленскъ), *Н. Артемьевъ* и *Мясковъ* (Спб.), *Г. Щуръ* (Болтышки) и учен. Астрах. гимн. *И. К.*

№ 99. Доказать равенство

$$\frac{\operatorname{Sin} a}{a} = \operatorname{Cos}\frac{a}{2}.\operatorname{Cos}\frac{a}{4}.\operatorname{Cos}\frac{a}{8}\ldots\ldots$$

Замѣняя послѣдовательно Sin черезъ удвоенное произведеніе Sin и Cos половины угла, находимъ:

$$\frac{\operatorname{Sin} a}{a} = \frac{2\operatorname{Sin}\frac{a}{2}.\operatorname{Cos}\frac{a}{2}}{a} = \operatorname{Cos}\frac{a}{2}\cdot\frac{\operatorname{Sin}.\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}};$$

$$\frac{\operatorname{Sin}\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{2\operatorname{Sin}\frac{a}{4}.\operatorname{Cos}\frac{a}{4}}{\frac{a}{2}} = \operatorname{Cos}\frac{a}{4}\,\frac{\operatorname{Sin}\frac{a}{4}}{\frac{a}{4}};$$

И т. д., такъ что послѣ подстановки находимъ вообще:

$$\frac{\operatorname{Sin} a}{a} = \operatorname{Cos}\frac{a}{2}.\operatorname{Cos}\frac{a}{4}.\operatorname{Cos}\frac{a}{8}\ldots\frac{\operatorname{Sin}\frac{a}{2^n}}{\frac{a}{2^n}}$$

а такъ какъ въ предѣлѣ (при $n=\infty$) послѣдній множитель обращается въ 1, то этимъ заданное равенство доказывается.

П Сиротининъ (Москва), *М. Поповъ* (Усть Медв. ст.); ученики: 7 кл. Курской гимн. *І. Ч.* и Вольскаго р. уч. *В. Ш.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 11 Сентября 1887 года.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.