# 21 октября. Занятие 3

## Повторение. Простейшие задачи на вероятность с использованием монет и игральных костей

**1.**Правильную монету бросают четыре раза подряд.

а) Какова вероятность того, что выпадет два орла?

б) Какова вероятность того, что не будет двух орлов подряд?

в) Какова вероятность того, что после каждого орла будет решка и наоборот?

Ответ: а) 3/8; б) 1/2; в) 1/8.

Решение: а) Всего в таком опыте 16 элементарных исходов, из них нам подходят шесть: ООРР, ОРОР, ОРРО, РООР, РОРО, РРОО.

б) Здесь нам подходят восемь исходов: ОРОР, ОРРО, ОРРР, РОРО, РОРР, РРОР, РРРО, РРРР.

в) Только два исхода: ОРОР и РОРО.

**2.** Правильную игральную кость бросили три раза. Какова вероятность того, что произведение очков – чётное число?

Ответ: 7/8.

Решение: Здесь легче вычислить вероятность того, что произведение очков – нечётное число. Это бывает только тогда, когда все выпавшие значения – нечётные. Для каждого из трёх кубиков вероятность выпадения нечётного числа очков равна 1/2, а поскольку результаты каждого броска не зависят от остальных, то мы можем воспользоваться правилом умножения вероятностей. Перемножив все 3 значения, получим 1/8.

**3.** а) Правильную игральную кость бросили 3 раза. С какой вероятностью все результаты бросков различны?

б) Тот же вопрос, если всего 8 бросков.

Ответ: а) 5/9; б) 0.

Решение: а) Вероятность того, что результат второго броска отличается от первого, равна 5/6, а вероятность того, что результат третьего броска отличается от первых двух (при условии, что те различны), равна 4/6. Перемножая, получаем 5/9.

б) Ясно, что такое событие невозможное: не может быть такого, что мы бросили кубик восемь раз, и все результаты бросков различны, так как у кубика всего 6 граней. Поэтому вероятность равна 0.

**4.** а) В ящике лежат 4 чёрных шара и 2 белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Чему равна вероятность того, что он будет белым? Чему равна вероятность того, что следующий вынутый шар тоже окажется белым?

б) Та же задача, но в начале в ящике лежат 7 чёрных шаров и 3 белых.

Ответ: а) 1/3, 1/5; б) 3/10, 2/9.

Решение: а) Представим себе, что все шары пронумерованы от 1 до 6 (как если бы они были из набора для бильярда). Тогда в случае, когда мы достаём первый шар, у нас есть 6 равновозможных элементарных исходов (шары с номерами 1 – 6), при этом только два из них – белые. Таким образом, искомая вероятность будет равна 2/6=1/3.

Теперь, если мы уже достали один белый шар, в ящике осталось 5 шаров, среди них только один белый. Следовательно, вероятность достать именно его будет равна 1/5.

б) Будем рассуждать аналогичным образом: пронумеруем шары от 1 до 10. Вероятность достать один белый шар равна 3/10, так как в случайном эксперименте "извлекаем один шар из ящика, в котором 7 чёрных шаров и 3 белых, случайным образом" 10 равновозможных элементарных исходов, и только 3 из них соответствуют белому шару.

Теперь, когда мы уже достали один белый шар, в ящике осталось 9 шаров, из них два белых. Значит, вероятность достать из них белый равна 2/9.

## Опыты с равновозможными элементарными исходами

**1.** а) На клавиатуре телефона 10 клавиш с цифрами. Наугад нажимают одну кнопку. Какова вероятность, что полученное число будет нечётным?

б) Тот же вопрос, если сначала нажимают одну кнопку, а потом вторую.

Ответ: а) 1/2; б) 1/2.

Решение: а) Из 10 равновозможных элементарных исходов 5 соответствуют тому, что полученное число – нечётное.

б) Число будет нечётным, если его вторая цифра будет нечётной (независимо от первой), а вероятность этого – снова 1/2.

**2.** а) Из множества двузначных чисел случайным образом выбирают число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

б) А на 4?

Ответ: а) 1/3; б) 11/45.

Решение: а) Всего двузначных чисел 90. Из них ровно 30 делятся на 3 (проверьте это!).

б) Среди 90 двузначных чисел ровно 22 делятся на 4 (проверьте это!).

**3.**а) Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр этого числа равна 4?

б) А если число трёхзначное?

Ответ: а) 2/45; б) 1/90.

Решение: а) Всего двузначных чисел, как мы помним, 90. Из них у 4 чисел сумма цифр которых равна 4: это числа 40, 31, 22, 13.

б) Трёхзначных чисел всего 900. Из них у 10 сумма чисел равна 4: 400, 310, 301, 220, 202, 211, 130, 103, 121, 112.

**4**. В ящике 5 чёрных шаров и один белый.

а) Какова вероятность того, что вынутый случайным образом шар – белый?

б) Какова вероятность того, что и второй вынутый шар – тоже белый?

Ответ: а) 1/6; б) 0.

Решение: а) В этом эксперименте 6 равновозможных элементарных исходов, из них только один соответствует белому шару.

б) Я думаю, вы догадались, что пункт а) здесь именно для того, чтобы дать вам пункт б). Ясно, что если мы уже вынули из ящика белый шар, то второй шар тоже белым быть не может (так как белых шаров больше нет). Поэтому такое событие невозможно, и его вероятность равна 0.

**5**. На экзамене по химии 32 вопроса, из них 12 вопросов относятся к неорганической химии. Какова вероятность того, что случайно выбранный вопрос окажется по неорганической химии?

Ответ: 3/8.

Решение: Предположим, что вопросы пронумерованы (собственно, обычно так и бывает). Таким образом, мы получаем эксперимент с 32 равновероятными элементарными исходами, из которых 12 благоприятствуют событию "вопрос – по неорганической химии".

**6**. В компании сотовой связи клиенту дают новый телефонный номер. Четыре последних цифры номера - случайные от 0 до 9. Какова вероятность того, что:

а) последние две цифры номера отличаются не более, чем на 3;

б) последние две цифры - одинаковой чётности?

Ответ: а) 0,58; б) 1/2.

Решение: а) В таблице случайного эксперимента исходов выделим подходящие элементарные исходы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

б) В таблице случайного эксперимента исходов выделим подходящие элементарные исходы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**7.** Игральную кость бросают три раза. Какова вероятность события:

а) «ни разу не выпало ни 5, ни 6 очков»;

б) «наибольшее число выпавших очков равно 5»?

Ответ: а) 8/27; б) 61/216.

Решение: а) Это означает, что при каждом из трёх бросков выпало не более четырёх очков, это может случиться с вероятностью 4/6=2/3. Поскольку результаты каждого броска не зависят от остальных, то мы можем воспользоваться правилом умножения вероятностей.

б) Если наибольшее выпавшее число очков равно 5, это означает, что, во-первых, среди результатов бросков нет шестёрки, а во-вторых, среди результатов бросков есть пятёрка. С вероятностью среди результатов бросков нет шестёрки, а с вероятностью среди результатов бросков нет ни пятёрки, ни шестёрки. Значит, с вероятностью среди результатов бросков есть пятёрка, но нет шестёрки.

Надежда Сошитова