

6.2. Ошибка игрока

В предыдущем примере мы встретились с тем, как может подвести вероятностная интуиция, когда требуется переоценка вероятности в соответствии с изменившимися обстоятельствами.

Вот ещё замечательный пример похожего заблуждения. В ошибку впадает знаменитый автор детективов Эдгар Аллан По в своём рассказе «Тайна Мари Роже». В эпилоге есть рассуждение о теории вероятностей, которое автор вкладывает в уста своего главного героя Огюста Дюпена:

«Например, обычного читателя почти невозможно убедить, что при игре в кости двукратное выпадение шестёрки делает почти невероятным выпадение её в третий раз и даёт все основания поставить против этого любую сумму. Заурядный интеллект не может этого воспринять, он не может усмотреть, каким образом два броска, принадлежащие уже прошлому, могут повлиять на бросок, существующий ещё пока только в будущем. Возможность выпадения шестёрки кажется точно такой же, как и в любом случае, — то есть зависящей только от того, как именно будет брошена кость. И это представляется настолько очевидным, что всякое возражение обычно встречается насмешливой улыбкой, а отнюдь не выслушивается с почти-тельным вниманием. Суть скрытой тут ошибки — грубейшей ошибки — я не могу объяснить в пределах места, предоставленного мне здесь, а людям, искушённым в философии, никакого объяснения и не потребуется.»



Неудивительно, что Эдгар По не может объяснить «суть ошибки» в пределах предоставленного места. Вряд ли её можно объяснить и более пространно. Разберёмся в этой парадоксальной ситуации. По считает, что выпадение трёх шестёрок подряд — очень маловероятное событие, а поэтому выпадение двух шестёрок подряд делает третью шестёрку практически невозможной.

Рассмотрим события

$$A_2 = \{\text{два раза подряд выпала шестёрка}\}$$

и

$$A_3 = \{\text{три раза подряд выпала шестёрка}\}.$$

Рассмотрим эксперимент, в котором нам уже известно, что две шестёрки выпали. Вероятность этого события $P(A_2) = \frac{1}{36}$. Тогда вероятность трёх шестёрок подряд становится условной вероятностью события A_3 , когда известно, что две шестёрки уже выпали:

$$P(A_3|A_2) = \frac{P(A_2 \cap A_3)}{P(A_2)} = \frac{P(A_3)}{P(A_2)} = \frac{1}{216} : \frac{1}{36} = \frac{1}{6}.$$

Иными словами, теперь мы имеем дело с вероятностью одной последней шестёрки, а это событие вполне вероятно.

Скорее всего, Эдгар По не принял во внимание то, что выпадение двух шестёрок подряд меняет условия эксперимента. Ошибку По можно пояснить совсем просто: предположим, что рядом с игровым столом находятся двое зрителей. Первый

отвлёкся и вернулся к игре, когда выпали уже три шестёрки подряд. Он, конечно, удивлён — ведь для него вероятность этого события равна $\frac{1}{216}$. Второй зритель не отвлекался и видел, как выпали две первые шестёрки. Тогда третья шестёрка его уже не сильно удивляет — для него вероятность трёх шестёрок сначала выросла до $\frac{1}{36}$, а потом до $\frac{1}{6}$. Эта ситуация может показаться парадоксальной только в том случае, если мы почему-то считаем, что вероятность трёх шестёрок не меняется по мере изменения условий. Но это, как мы теперь понимаем, неверно: условная вероятность события может значительно меняться в зависимости от того, какие события уже наступили в ходе эксперимента.