

Теория вероятностей – про жизнь. Она доставляет статистике математическую основу так же, как геометрия дает основу рисованию.

Хорошо было бы, если бы экзаменационные задачи имели только жизненные сюжеты – кредиты, страхование и т.п. К сожалению, любая мало-мальски жизненная задача требует хорошего математического аппарата, которого у школьников нет. Другая крайность – дать задачки только про монетки или кости. Тогда школьник и учитель спросит – зачем? Ведь вероятность – про жизнь. Приходится искать «приближенно жизненные» сюжеты, соблюдая хрупкий баланс.

Источники – открытые банки заданий ЕГЭ и ОГЭ. Каждая задача представлена одним *прототипом*, из которого можно сделать множество похожих задач–клонов, отличающихся друг от друга числовыми данными. Ответы доступны зарегистрированным пользователям.

1. Классические эксперименты (базовый уровень)

Кости и монеты – не только упрощение, но и средство моделирования сложных и трудно-воспроизводимых в действительности случайных экспериментов

- 1.1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
- 1.2. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет больше 4, но меньше 8?
- 1.3. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию
 $A = \{\text{сумма очков равна } 8\}$?
- 1.4. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7 или 11.
- 1.5. Игральный кубик бросают дважды. В сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.
- 1.6. Из множества натуральных чисел от 15 до 36 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?
- 1.7. В случайном эксперименте симметричную монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает решка, во второй и третий — орёл.
- 1.8. В случайном эксперименте бросают монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орел выпал два раза.
- 1.9. Найдите вероятность того, что при двукратном бросании игральной кости (кубика) количества выпавших очков будут отличаться не больше, чем на два. Результат округлите до тысячных.
- 1.10. Какова вероятность того, что последние две цифры телефонного номера случайного абонента различны?

2. Жребии (базовый уровень)

Большинство этих задач можно считать «квазиреальными», поскольку вероятностная ситуация в них значительно упрощена

- 2.1. В чемпионате по гимнастике участвуют 76 спортсменок: 30 из России, 27 из Украины, остальные — из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.
- 2.2. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Греции, 4 спортсмена из Болгарии, 3 спортсмена из Румынии и 7 — из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Венгрии.
- 2.3. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жребием. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
- 2.4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 32 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день?
- 2.5. На семинар приехали 3 ученых из Финляндии, 7 из Венгрии и 5 из Румынии. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад ученого из Финляндии.
- 2.6. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.
- 2.7. В сборнике билетов по биологии всего 15 билетов, в 9 из них встречается вопрос по курсу "Ботаника". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

- 2.8. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2490 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.
- 2.9. В сборнике билетов по физике всего 20 билетов, в 6 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по оптике.
- 2.10. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвертым будет выступать прыгун из США.
- 2.11. Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
- 2.12. Вероятность того, что новый принтер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,069. В некотором городе из 1000 проданных принтеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 73 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
- 2.13. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:
1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Бразилии окажется в третьей группе?
- 2.14. В группе туристов 4 человека. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
- 2.15. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Квант» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Квант» проиграет жребий ровно один раз.
- 2.16. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 23 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

- 2.17. В группе туристов 25 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит четвёртым рейсом вертолётa.
- 2.18. На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 130 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
- 2.19. На борту самолётa 26 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Б. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Б. достанется удобное место, если всего в самолётe 100 мест.
- 2.20. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 11.
- 2.21. В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Дани случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».
- 2.22. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
- 2.23. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

3. Задачи с заданными вероятностями (базовый уровень)

В этих задачах вероятности некоторых событий уже заданы непосредственно или косвенно. Нужно найти вероятности других событий

- 3.1. В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- 3.2. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 сумок 3 сумки имеют какой-либо скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

- 3.3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится 5 сумок, имеющих скрытый дефект. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется без дефектов.
- 3.4. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из США будет выступать после группы из Англии и после группы из России? Результат округлите до сотых.
- 3.5. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.
- 3.6. При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 64,99 мм, или больше, чем 65,01 мм.
- 3.7. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся П. верно решит больше 10 задач, равна 0,61. Вероятность того, что П. верно решит больше 9 задач, равна 0,69. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 10 задач.
- 3.8. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23.

4. Применение простейших вероятностных законов (профильный уровень и задачи на перспективу)

- 4.1. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- 4.2. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

- 4.3. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- 4.4. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.
- 4.5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая — 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- 4.6. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,04 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
- 4.7. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,07. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
- 4.8. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
- 4.9. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 80% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
- 4.10. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
- 4.11. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения цели при первом выстреле равна 0,7, а при каж-

дом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

- 4.12. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 7 очков, в случае ничьей — 2 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.
- 4.13. Чтобы поступить на специальность «Международные отношения», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.
Вероятность того, что абитуриент Р. получит не менее 68 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,7, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6.
Найдите вероятность того, что Р. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.
- 4.14. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 50% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
- 4.15. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
- 4.16. По отзывам покупателей Андрей Андреевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,92. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Андрей Андреевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

- 4.17. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Лифтёр» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.
- 4.18. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 55% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
- 4.19. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
- 4.20. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- 4.21. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу *B*.

