



Финальный тур IX олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

20 февраля 2016 г.

Задача 1. Бухгалтер конторы «Рога и копыта» Балаганов составил штатное расписание – таблицу, в которой указаны все должности, количество сотрудников и их оклады (месячные зарплаты). Кроме того, указан средний оклад по конторе. Некоторые места Паниковский случайно заляпал вареньем, и стало невозможно прочитать, что там написано.

ЗАО "Рога и копыта"		4 августа
Штатное расписание конторы		1929 года
Должность	Число сотрудников	Оклад
Уполномоченный по рогам	6	27 р. 00 к.
Технолог мундштучного производства		31 р. 00 к.
Зиц-председатель	4	35 р. 00 к.
Средний оклад по конторе		31 р.

Бухгалтер Балаганов

Либо найдите заляпанные вареньем числа, либо докажите, что Балаганов ошибся.

Задача 2. ЕГЭ по математике в волшебной стране Оз устроено следующим образом. Каждую работу независимо друг от друга проверяют три преподавателя, и каждый ставит за каждую задачу 0 или 1 балл. Затем компьютер находит среднее арифметическое оценок за эту задачу и округляет его до ближайшего целого. Затем баллы, полученные за все задачи, суммируются. Случилось так, что в одной из работ каждый из трёх экспертов поставил по 1 баллу за 3 задачи и 0 баллов за все прочие задачи. Найдите наибольший возможный суммарный балл за эту работу.

Задача 3. Дана таблица 3×3 (как для игры в крестики-нолики). В четыре случайно выбранные ячейки поставили четыре фишки. Найдите вероятность того, что среди этих четырёх фишек найдутся три, которые стоят в один ряд по вертикали, по горизонтали или по диагонали.

Задача 4. Однажды осенью Рассеянный Учёный глянул на свои старинные настенные часы и увидел, что на циферблате уснули три мухи. Первая спала в точности на отметке 12 часов, а две другие так же аккуратно расположились на отметках 2 часа и 5 часов. Учёный произвёл измерения и определил, что часовая стрелка мухам не грозит, а вот минутная сметёт их всех по очереди. Найдите вероятность того, что ровно через 40 минут после того, как Учёный заметил мух, ровно две мухи из трёх были сметены минутной стрелкой.



Задача 5. Билет на электричку стоит 50 рублей, а штраф за безбилетный проезд – 450 рублей. Если безбилетник (заяц) попадаетея контролёру, то оплачивает и штраф, и стоимость билета. Известно, что контролёр встречается в среднем один раз на 10 поездок. Заяц ознакомился с основами теории вероятностей и решил придерживаться стратегии, которая делает математическое ожидание расходов наименьшим возможным. Как ему поступать: покупать билет каждый раз, не покупать никогда или бросать монетку – покупать билет или нет?

1	♙	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	♙	14	15	16
17	18	♙	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	♙
41	42	43	44	45	♙	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	♙	61	62	63	64

Задача 6. Поля шахматной доски пронумерованы по строкам сверху вниз числами от 1 до 64. На доску случайным образом поставлено бладей, которые не бьют друг друга (одна из возможных расстановок показана на рисунке). Найдите математическое ожидание суммы номеров полей, занятых ладьями.

Задача 7. Игральный кубик симметричен, но устроен необычно: на двух гранях по два очка, а на остальных четырех – по одному. Сергей бросил кубик несколько раз, и в результате сумма всех выпавших очков оказалась 3. Найдите вероятность того, что при каком-то броске выпала грань с 2 очками.

Задача 8. Преподаватель кружка по теории вероятностей откинулся в кресле и посмотрел на экран. Список записавшихся готов. Всего получилось n человек. Только они пока не по алфавиту, а в случайном порядке, в каком они приходили на занятие.

– Надо отсортировать их в алфавитном порядке, – подумал преподаватель. – Пойду по порядку сверху вниз, и, если нужно, буду переставлять фамилию ученика вверх в подходящее место. Каждую фамилию придётся переставить не более одного раза.

Докажите, что математическое ожидание числа фамилий, которые не придётся переставлять, равно $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.