

Э. СОЛЕДАД,  
DR. SOLEDAD R. ESTRELLA,  
soledad.estrella@ucv.cl,  
Чили, г. Вальпараисо

Грант фондового агентства  
CONICYT-FONDECYT 11140472

Перевод: Ю.А. Тюрина, И.Р. Высоцкий

# О ПРЕПОДАВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИСТИКИ В ШКОЛАХ ЧИЛИ

## ТАБЛИЧНОЕ И ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

■ Сейчас в Чили идет общественное обсуждение качества образования. На итоговой аттестации выпускники предыдущих лет получали низкие баллы по математике, это привело к изменениям в учебных планах и отразилось на работе учебных центров. Однако предложенные решения на самом деле привели к незначительному прогрессу и принесли весьма скудные плоды, что видно из результатов национальных и международных тестов.

В школе математика и статистика существуют «в разных мирах»: первая в основном занимается детерминированными явлениями и дедукцией, в то время как вторая — стохастикой и индукцией, где важную роль играет изменчивость данных и контекст (сюжет) задачи (Del-Pino, Estrella, 2012; Estrella, Olfos, 2012; Grot, 2007; Stol, 2005).

Учащиеся должны изучать статистику на таком уровне, чтобы развить способность к критическому мышлению, умение собирать и анализировать статистические данные и правильно использовать статистические инструменты и представления, а также умение комбинировать статистические идеи. Чтобы создать инструмент, позволяющий измерять эти способности, было проведено базовое исследование, в котором был прослежен исторический прогресс в построении статистических объектов, общие трудности с представлением данных, содержанием образования и современной методикой обучения статистике (описание эксперимента приводится ниже). Валидность измерительных материалов подтверждена внешней экспертизой восьми специалистов, независимо друг от друга определивших, к какому именно элементу содержания относится каждый из вопросов (Estrella, 2010). Измерительные материалы включают в себя четырнадцать вопросов, охватывающих статистические методы и теорию вероятностей в тех же пропорциях, в каких они входят в учебную программу в Чили.

### *Теоретическое обоснование*

При создании теста использовались систематизация умения читать графическую информацию (Curcio, 1989; Friel, Curcio, Bright, 2001; Shaughnessy, Garfield, Greer, 1996; Shaughnessy, 2007), дифференциация когнитивных уровней по Garfield (2002), а также концепция транснумерации, введенная Wild and Pfannkuch (1999).



К материалу есть приложение в вашем Личном кабинете на сайте [www.1september.ru](http://www.1september.ru) (Литература.)



## Элементы обучения статистике

### Систематизация понимания графически представленных данных

Умение понимать данные, представленные графически, рассматривается и оценивается в работах по преподаванию статистики (Aoyama, 2007; Baillé, Vallérie, 1993; Bertin, 1967; Curcio, 1989; Friel, Curcio, Bright, 2001, Shaughnessy, 2007). Curcio (1989) определил три типа понимания данных, представленных графически. Четвертый тип является расширением предыдущих уровней, он был определен Шоннесси, Гарфилд и Гриром (Shaughnessy, Garfield и Greer) в 1996. Уровень понимания «Чтение данных» требует от учащегося умения совершить конкретное локальное действие, такое, как буквально прочесть график; он касается только фактов, представленных в явном виде, так что никакой интерпретации содержащейся в графических данных информации не требуется. Уровень «Связь между данными» означает, что учащийся может сравнивать и интерпретировать данные на графике, находить связь между величинами и применять простые математические методы к представленным данным, понимать как основную структуру графика, так и связи, которые он представляет. Уровень «Чтение с использованием данных» подразумевает экстраполяцию данных, прогнозирование и выведение закономерностей из данных на основе информации, которая неявно присутствует в данном графическом представлении; он требует понимания контекста, в котором представлены данные. И наконец, уровень «Чтение с анализом данных» является расширением предыдущих трех классов и предполагает критический подход к использованию графика и определению связей между информацией, содержащейся в графике, и контекстом; такой подход позволяет дать полный анализ ситуации и основан на здравом смысле, знании предмета и опыте учащегося; он включает в себя такие умения, как проверка качества данных и знание методологии их сбора, предположение о возможном объяснении и разработку альтернативных моделей и графических представлений.

### Дифференциация когнитивных уровней

Ранжирование по когнитивным уровням было впервые разработано Гарфилд (Garfield, 2002), оно берет свое начало в изучении статистики на более высоком образовательном уровне. Поскольку эти понятия пришли из английской культуры, они известны как *статистическая грамотность*, умение вести *статистические рассуждения* и *статистическое мышление*. Статистическая грамотность включает в себя базовые умения,

необходимые для понимания статистической информации, такие, как организация данных, построение и представление таблиц, работа с различными представлениями данных; также включает знание статистических терминов и понимание символов, понимание вероятности как меры неопределенности (Ben-Zvi, Garfield, 2004; Garfield, Ben-Zvi, 2007).

Умение проводить статистические рассуждения можно определить как способность рассуждать с использованием статистических идей и статистической информации; это означает понимание и способность объяснить статистические процессы, а также полностью интерпретировать статистические результаты. Интерпретация означает, что учащийся может принимать решения, основываясь на свойствах наборов данных, их представлениях или результатах измерений; таким образом, умение проводить статистические рассуждения позволяет связывать одно понятие с другим (например, такие, как центральная мера и рассеивание) или объединять идеи из статистики и теории вероятностей.

Статистическое мышление представляет собой более высокий когнитивный уровень, оно включает в себя понимание того, почему и как проводится статистическое исследование; включает в себя распознавание и понимание всего процесса исследования (от постановки вопроса и сбора данных до выбора метода анализа и метода проверки, помимо всех прочих элементов), понимание того, как использовать модели для симуляции случайных явлений, как собирать данные для оценки вероятностей, распознавание того, как, когда и почему использовать существующие средства получения выводов, кроме того – умение понимать и использовать контекст задачи, чтобы спланировать исследование, оценить его результаты и сделать заключения (Chance, 2002).

### Транснумерация: изменение способа представления статистических данных

Смысл транснумерации — в получении новой информации в результате перехода от одного вида представления данных к другому для лучшего понимания. Эта идея связана с семиотическими представлениями Дюваль (Duval, 1999). Создатели концепции транснумерации (Wild; Pfannkuch, 1999) описывают ее как динамический процесс, который усиливает способность правильно сортировать данные, строить таблицы и графики на основе этих данных, подбирать описательные меры. Транснумерация означает понимание, которое возникает в этом динамическом процессе изменения представлений в различных записях.

## Характеристики начальной версии теста согласно содержанию

Программа		Процесс понимания графиков				Когнитивный уровень обучения			Транс- нумерация
Вопрос и контекст	Автор	Содержание	Чтение данных	Связь между данными	Чтение с использованием данных	Систематизация	Рассуждение	Размышление	Преобразование представления
1. Конфеты	Estrella, 2010	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	График в текст
2. Том	Watson and Kelly, 2003	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	График в текст
3. Библиотека	Estrella, 2010	✓	✓	✓	–	✓	✓	–	График в текст
4. Собаки и кошки	Estrella, 2010	✓	✓	✓	–	✓	✓	–	График в текст
5. Крутящаяся стрелка	Torok and Watson, 2000	✓	✓	✓	–	✓	✓	–	График в текст
6. Крутящаяся стрелка	Torok and Watson 2000	✓	–	–	✓	–	✓	✓	График в текст
7. Олимпийские игры	Garret and Garcia, 2005	✓	–	–	✓	–	✓	✓	График в текст
8. Опрос	PISA-2003	✓	–	–	–	✓	–	–	Текст
9*. Публичность <sup>1</sup>	TIMSS-2007	✓	–	–	–	✓	✓	–	Текст
10. Вопросы	Garfield, 2003	✓	–	–	–	✓	✓	–	Таблица в текст
11*. Вес	Liu, 1998	✓	–	–	–	✓	✓	–	Таблица в текст
12*. Классы А, В	TIMSS-2007	✓	✓	✓	–	✓	✓	–	График в текст
13*. Монеты	Fischbein and Schnarch, 1997	✓	–	–	✓	✓	✓	–	Текст
14. Мальчики и девочки	Fischbein and Schnarch, 1997	✓	–	–	–	–	✓	✓	Текст
15. Лотерея	Fischbein and Schnarch, 1997	✓	–	–	–	✓	✓	–	Текст
16. Кости	Fischbein and Schnarch, 1997	✓	–	–	–	✓	✓	–	Текст
17. Землетрясение	PISA-2003	✓	–	–	–	✓	✓	–	Текст
18*. Граф в виде дерева горизонтальный	TIMSS-2007	✓	✓	✓	–	✓	✓	--	Таблица в график
19*. Граф вертикальный	LLECE-2009	✓	✓	–	–	✓	–	–	Таблица в график
20. Домашние животные	Sorto, 2004 Sorto, 2009	✓	–	–	–	✓	✓		Таблица в текст

<sup>1</sup> Знаком «\*» отмечены задания, которые не вошли в итоговый вариант теста.

Источник: Estrella (2010)

С точки зрения моделирования существуют три типа транснумерации: от измерения, которое охватывает количественные или качественные характеристики реального мира, к табличному или графическому представлению данных, позволяющему выделить смысловое значение данных, и далее к передаче этого значения способом, понятным другим людям.

Чтобы получить адекватное и эффективное представление данных, учащиеся должны преобразовать данные и провести транснумерацию:

решить, какой смысл несут данные, определить, какой тип представления использовать, выбрать метод вычислений для преобразования и, наконец, использовать преобразованные данные в выбранном представлении (Chick, 2003).

### Инструмент (тест)

Как уже говорилось, тест разработан с использованием новых методик преподавания статистики и с учетом учебной программы чилийских школ (Chile, 2009).

Каждое задание теста учитывает: содержание начальной программы обучения в Чили, таксономическую классификацию понимания графических данных согласно Курсио (Curcio, 1989) — чтение данных, связь между данными и т.д.; классификацию по Гарфилд (Garfield, 2002) — грамотность, умение рассуждать и статистически мыслить, а также различные переходы между представлениями (письменный текст, от диаграммы к графику, от графика к тексту, от текста к тексту, от текста к диаграмме, от диаграммы к тексту) (табл. 1).

Сначала были разработаны задания, проверяющие знание статистического материала, затем по ним были сформулированы вопросы. Такой банк вопросов по статистике и теории вероятностей, соответствующий программе первоначального обучения в Чили, прошел неоднократную проверку и в него вносились изменения и улучшения.

Инструмент объединяет задания и/или контекстные ситуации и является тестом смешанного типа, в котором 10% открытых вопросов и 90% вопросов с выбором ответа.

Разработка дистракторов была нацелена на то, чтобы они выявляли затруднения и типичные ошибки в усвоении предмета (согласно соответствующим исследованиям); наблюдения экспертов и пилотное тестирование на учащихся помогли существенно прояснить задачу.

Ниже представлены два задания, посвященные вышеупомянутым темам и вопросам. Кроме того, приводятся ожидаемые ответы на эти вопросы и ответы, данные участниками исследования.

## Результаты выполнения двух заданий

### Задание «Собаки и кошки»

Это задание (Estrella, 2010; Olfos, Estrella, 2011) объединяет темы из описательной статистики и требует владения первыми двумя уровнями понимания графически представленных данных. Оно включает в себя элементы статистической грамотности и умения рассуждать, согласно классификации по когнитивным уровням; транснумерация происходит в направлении от текста к вычислениям и затем к табличному представлению.

Данное задание, предложенное в контексте общих сведений о домашних животных, предполагает переход от счета и текста к табличному представлению данных. Оно направлено на то, чтобы выявить уровень понимания таблиц сопряженности\* и ошибки, возникающие при сопоставлении данных в таблицах.

*Тип представления данных:* таблицы сопряженности.

*Содержание программы.* (Уровень 2). Представление качественных и количественных данных об объектах, людях и животных из школьного и семейного окружения учащихся в виде таблиц и пиктограмм (Chile, 2009).

*Требования* (элементы содержания описательной статистики): уметь интерпретировать качественные данные и получать из них количественные (счет); уметь читать и интерпретировать заголовки таблиц сопряженности; уметь сортировать данные; заполнить таблицу, используя качественные данные.

\* В оригинале cross-tables.

**Задание 1.** Хуан опросил своих одноклассников, у кого дома есть кошка или собака. Он собрал информацию, отмечая питомцев галочками, и вот что получилось:

Домашние питомцы одноклассников			Есть собака	Нет собаки
Гектор: собака✓, кошка	Карла: собака✓, кошка	Росио: собака✓, кошка✓		
Матиас: собака, кошка✓	Мария: собака, кошка	Диего: собака, кошка✓	Есть кошка	
Анита: собака, кошка	Кейко: собака, кошка✓	Консуэло: собака✓, кошка	Нет кошки	
Татьяна: собака✓, кошка	Фрэн: собака, кошка✓	Изабель: собака✓, кошка		
Хуан: собака, кошка✓	Янет: собака✓, кошка✓	Себа: собака✓, кошка		

Требовалось заполнить таблицу справа. Заполнить таблицу Хуану помогли друзья. В каком случае помощь друга оказалась правильной?

(1)	Есть собака	Нет собаки	(2)	Есть собака	Нет собаки	(3)	Есть собака	Нет собаки	(4)
Есть кошка	2	6	Есть кошка	2	5	Есть кошка	8	7	другое
Нет кошки	5	2	Нет кошки	6	2	Нет кошки	6	2	

Источник: Estrella (2010)

*Ожидаемый ответ на вопрос 1.* Правильный ответ: (2). Дистрактор (1) подразумевает отсутствие подсчета по обоим признакам (есть/нет данное животное), а именно, подсчитано, что всего собак восемь, но не рассмотрена подкатегория «кошка»; в клетку «есть/есть» верно поставлено число 2, а число  $6 = 8 - 2$  ошибочно поставлено в соседнюю по горизонтали ячейку\*. Дистрактор (3) позволяет определить тех, кто читает/заполняет таблицу сопряженности по столбцам: в столбце «Есть собака» они ставят в обе ячейки цифру 8 и/или прибавляют значение из «Нет собаки», независимо от того, есть ли еще и кошка; отсюда  $5 + 2 = 7$ .

*Результаты задания «Собаки и кошки»*

Задание предъявлялось почти тысяче (994) учащихся 4-го и 7-го классов. Только 18% учащихся 4-го класса (из общего числа 454) и 15% учащихся 7-го класса (всего 540) верно ответили на вопрос «В какой таблице данные представлены верно?». Вопрос не требовал построения или интерпретации таблиц, либо поиска ассоциаций; однако процесс заполнения таблицы требовал подсчета данных в каждой из категорий.

**Задание «Том»**

Как дети в какой-то день добирались в школу

Автобус		
Автомобиль		
Пешком		
Поезд		
Велосипед		

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
Количество школьников

**Задание 2.** Том сегодня не пошел в школу. Каким образом, по вашему мнению, он будет добираться до школы завтра? Объясните свой ответ.

*Источник: Watson and Kelly (2003)*

\* Текст оригинала в этом месте другой и неясный. Сделанный перевод согласован с автором.

В сюжете о том, как ученики добираются до школы, дана диаграмма с пиктограммами, связанными по смыслу с сюжетом. Использована диаграмма с горизонтальными столбцами и качественная переменная «пол школьника». Задание заимствовано из работы Уотсон и Келли (2003), но в формулировку и в диаграмму внесены небольшие изменения.

*Тип и представления:* пиктографическая диаграмма с горизонтальными столбиками.

*Содержание программы.* (Уровень 2). Решение задач, в которых нужно извлекать информацию из пиктограмм, содержащих качественные данные, выбранные из школьного окружения, чтобы ответить на поставленные вопросы. (Уровень 5). Изучение поведения переменных или тенденций с помощью чтения диаграмм. Описание событий, взятых из игровых и повседневных ситуаций, и обсуждение возможности их появления. (Уровень 6). Оценка вероятности наступления события как отношение числа произошедших событий к числу повторений эксперимента. (Уровень 7). Прогнозирование наступления события в простом и составном случайных экспериментах методом вычисления частоты данного события и интерпретации частоты, представленной в числовых формах, таких как дроби и проценты. (Chile, 2009)

*Переход:* от графа к тексту, от модели к контексту и обратно.

*Ожидаемые ответы к этому заданию*

Правильными считаются ответы, в которых сведения о случайности из школьной программы применяются к данным величинам в описанной неопределенной ситуации. Ответ считается почти правильным, если в нем используются, хотя и не называются, такие термины, как вероятность, дроби и отношения. Неверными считаются пустые ответы, а также ответы, в которых только описывается содержание пиктограмм и чтение диаграммы.

Допустимы встречные вопросы: «Может ли он прийти в школу пешком? Приехать на автобусе?» или «Как добираться до школы большинство учеников? меньшинство?», или комментарий, что диаграмма показывает все способы, но необязательно все они используются, или предложение подсчитать число учеников, которые пользуются каждым из представленных способов. Бессмысленные ответы, ответы «Не знаю», отсутствие ответа или верное решение без объяснений считаются неверными.

*Результаты выполнения задания «Том»*

Том не пришел в школу сегодня. Как, по вашему мнению, он будет добираться до школы завтра? Почему?

Баллы	Описание	Примеры ответов
5	Статистический прогноз, основанный на подсчете шансов, с элементом неопределенности	– Вероятнее всего, автобус, большинство сегодня приехало на автобусе. – Вероятнее всего, велосипед, потому что большинство мальчиков приехало на велосипедах. – Возможно, автобус, на нем сегодня приехала 1/3 детей
4	Статистический прогноз, основанный на наибольшем, без неопределенности	– Велосипед, большинство мальчиков ездят на них в школу. – Автобус, большинство детей добираются до школы на автобусе
3	Прогноз, основанный на обратном к наибольшему или балансе	– Поезд, потому что поездом сегодня никто не приезжал. – На автомобиле, потому что так сделал только один мальчик
	Может случиться что угодно, иногда без рассмотрения графика	– Мы не знаем, потому что на графе показан только один день. – Может быть как угодно, зависит от того, как он захочет ехать
2	Прогноз не связан со статистикой и использует закономерности, неопределенность может присутствовать	– Пешком, потому что в столбике тех, кто пришел пешком, в конце мальчик. – На автомобиле или автобусом, потому что в графе закономерность. – Автобусом, потому что чисел 10, а школьников 9
	Необоснованные рассуждения и рассуждения на основе контекста	– Поездом, потому что он живет далеко от школы. – На машине, тогда он не заболит снова
1	Трудности с прогнозированием и чтением графа, или отсутствие каких-либо рассуждений	– Добирается так же, как всегда. – Не знаю, про Тома нет никакой информации. – Пешком, потому что мне так кажется
0	Эгоцентризм или неверное понимание задачи	– Автобусом, потому что я еду в школу автобусом. – Ему станет лучше, если он день поболит дома
	Ответ отсутствует	

Изучая вопрос, как школьники извлекают информацию из диаграммы, Уотсон и Келли (2003) обнаружили выравнивание результатов у школьников среднего возраста и признаки некоторого влияния идей о возможных закономерностях, заимствованных из других разделов школьной программы по математике. Ученики 6-го класса показали весьма высокие результаты во всех аспектах, в частности, при прогнозировании событий на основе пиктографической диаграммы с учетом неопределенности (Watson and Callingham, 2004).

Ответы участников показывают необходимость подобных ситуационных задач, чтобы учащиеся развивали способность анализировать диаграммы и графики, оценивать информацию, полученную из данных, а также поняли полезность статистики в ситуациях, связанных с неопределенностью.

### Обсуждение и перспективы

Неудовлетворительные показатели учащихся подтверждают результаты прошлых исследований, которые говорят, что и дети, и взрослые испытывают трудности при использовании статистики. В некоторых работах изучались трудности понимания, интерпретации, построения и заполнения простых таблиц (Duval, 2003; Estrella, 2014; Gabucio и др., 2010). Низкие результаты ожидаемы, поскольку преподавание и изучение статистики лишь недавно стало важной частью школьной программы. Построение,

чтение и интерпретация графиков и таблиц являются частью статистической культуры школьника, но, хотя эти элементы заявлены в школьной программе, в реальности они еще не дошли до учебных классов.

Введение статистики и теории вероятностей в ходе пересмотра школьных программ (Chile, 2009) произошло как минимум на десять лет позже, чем в других странах. Анализ показывает, что концепция изменчивости отсутствует в школьной программе и что важные понятия, такие как «случайность» и «случайная величина», упоминаются вскользь. Кроме того, не наблюдается ясного намерения связать статистику и теорию вероятностей между собой, установить связь, которая может помочь в понимании дедуктивных методов в статистике.

По сравнению с арифметикой или геометрией, теория вероятностей и статистика — молодые науки. Они являются новыми и в контексте школы, поскольку требуют от школьников некоторого «динамического мышления» (Batanero, 2001, 2005; Brousseau, 2014; Brousseau, Garfield, 2002; Brousseau, 2009; Shaughnessy, 2007). Поэтому, с учетом нынешнего положения дел в школах, требуется больше исследований познавательных, образовательных, социальных и эмоциональных проблем, возникающих при изучении статистики, поскольку изучение статистики отличается от изучения традиционной школьной математики.