ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

ЗАДАЧА В10 — ВЕРОЯТНОСТЬ

И. ВЫСОЦКИЙ

Напоминаем!
Каждая задача части 1 оценивается 1 первичным баллом (из 30 возможных).

В 2012 году в ЕГЭ впервые войдут задания по теории вероятностей, естественно, это будут простейшие задачи. Решая задачи, в которых рассматриваются опыты с равновозможными элементарными исходами, нужно придерживаться общей схемы.

1. Определить, что является элементарным событием (исходом) в данном случайном эксперименте (опыте).
2. Найти общее число элементарных событий N.
3. Определить, какие элементарные события благоприятствуют интересующему нас событию A, и найти их число $N(A)$. (Событие можно обозначить любой буквой.)
4. Найти вероятность события A по формуле $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(A)}{N}$.

Справочные материалы

Элементарные события (элементарные исходы) опыта — простейшие события, которыми может окончиться случайный опыт. Сумма вероятностей всех элементарных событий опыта равна 1.

Вероятность события A равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

Противоположное событие. Событие $\bar{A}$, состоящее из тех и только тех элементарных исходов опыта, которые не входят в A, называется противоположным событию A. Вероятности противоположных событий связаны равенством: $\mathrm{P}(\bar{A})+\mathrm{P}(A)=1$.

Объединение событий $A \cup B$ — событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A, B.

Пересечение событий $A \cap B$ — событие, состоящие из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B.

Формула сложения вероятностей несовместных событий:

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B).$$

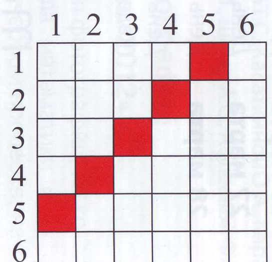
Независимые события. События A и B называются независимыми, если

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B).$$

Во многих задачах можно выписать все элементарные события эксперимента.

Пример 1. Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Леша.

Решение. Элементарное событие в этом



Для второго француза остается $N = 50$ мест, из них в подгруппе A $N(A) = 16$ мест. Размещение туристов, по условию, случайно, значит, комбинации равновозможны. Поэтому вероятность того, что второй турист попадет в подгруппу A, равна

Решение. Элементарное событие в этом эксперименте — участник, который выиграл жребий. Перечислим их:

(Вася), (Петя), (Коля) и (Леша).

Общее число элементарных событий N равно 4.

Событию A = {жребий пал на Лешу} благоприятствует только одно элементарное событие (Леша). Поэтому $N(A) = 1$. Тогда

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{1}{4}=0,25.$$

Ответ: 0,25.

Пример 2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Решение. Орел обозначим буквой О. Решку — буквой Р. В описанном эксперименте могут быть следующие равновозможные элементарные исходы:

ОО, ОР, РО и РР.

Значит, $N = 4$.

Событию A = {выпала ровно одна решка} благоприятствуют элементарные события ОР и РО. Поэтому $N(A) = 2$. Тогда

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{2}{4}=0,5.$$

Ответ: 0,5.

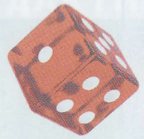
Пример 3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков.

Решение. Элементарный исход в этом опыте — пара чисел. Первое число выпадает на первой кости, а второе — на второй. Множество элементарных исходов удобно представить таблицей. Строки соответствуют результату первого броска, столбцы — результату второго броска. Всего элементарных событий $N = 36$.

Закрасим ячейки, где сумма равна 6. Таких ячеек пять. Значит, событию A = {сумма равна 6} благоприятствует пять элементарных исходов, т.е. $N(A) = 5$. Поэтому

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{5}{36}.$$

Ответ: $\frac{5}{36}$.



В следующих задачах явно выписывать все элементарные исходы сложно, но можно достаточно легко подсчитать их количество.

Пример 4. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 7 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение. Элементарный исход — случайно выбранный аккумулятор. Поэтому $N = 1000$.

Событию A = {аккумулятор исправен} благоприятствует $1000 - 7 = 993$ исхода. Поэтому $N(A) = 993$. Тогда

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{993}{1000}=0,993.$$

Ответ: 0,993.

Пример 5. В группе иностранных туристов 51 человек, среди них два француза. Для посещения маленького музея группу случайным образом делят на три подгруппы, одинаковые по численности. Найдите вероятность того, что французы окажутся в одной подгруппе.

Решение. В каждой подгруппе 17 человек. Присвоим французам номера — первый и второй. Будем считать, что первый француз уже занял место в какой-то подгруппе (назовем ее подгруппа A). Нужно найти вероятность того, что второй француз оказался в той же подгруппе A.

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{16}{50}=0,32.$$

Ответ: 0,32.

В следующих задачах для решения нужно использовать свойства вероятностей.

Пример 6. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает одну новую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Решение. Определим событие:

A = {выбранная ручка пишет хорошо}.

Известна вероятность противоположного события: $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0,05.$

Используем формулу вероятности противоположного события:

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=1-0,05=0,95.$$

Ответ: 0,95.

Пример 7. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение. В этой задаче предполагается, что результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события {попал при первом выстреле}, {попал при втором выстреле} и т.д. независимы. Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность каждого промаха равна $1 - 0,8 = 0,2$. Воспользуемся формулой умножения вероятностей независимых событий. Получаем, что событие A = {попал; попал; попал; промахнулся; промахнулся} имеет вероятность

$$\mathrm{P}(A) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02.$$

Ответ: 0,02.