

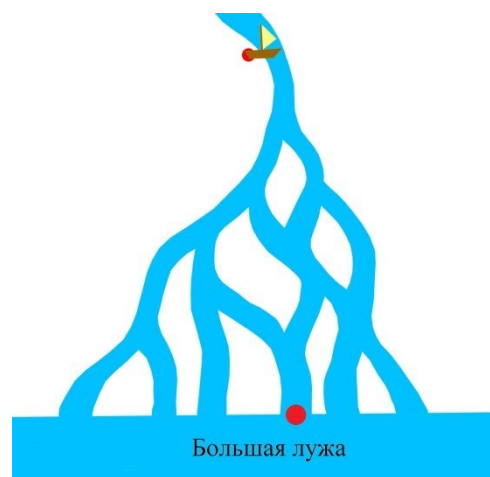


Финальный тур IX олимпиады
по теории вероятностей и статистике для школьников

26 февраля 2017 г.

Задача 1. Средний возраст игроков (1 балл). В Анчурии две футбольные команды: «Везувий» и «Коралио». Футболист «Коралио» Педро Родригес, которому 23 года, перешел в «Везувий», а из «Везувия» в «Коралио» перешел футболист Хорхе Марсело, которому 21 год. В результате средний возраст игроков «Коралио» изменился на 0,08 года. Сколько игроков в команде «Коралио»?

Задача 2. Кораблик. Весной, когда ручьи весело зажурчали и потекли, раздваиваясь и снова сливаясь, к одной большой луже, Петя решил, что пришла пора запускать кораблики. На рисунке видно, как именно текут ручьи к луже. Известно, что на каждой развилке кораблик с равными шансами может поплыть по течению налево или направо. Точкой наверху отмечено место, где Петя отпускает кораблик на волю волн, а точкой внизу – место, где Петя ждет кораблик, думая, что наиболее вероятно, что кораблик приплывет именно туда.



а) (1 балл) Прав ли Петя?

б) (2 балла) У Пети есть две картонки, которыми он может перегородить ручьи. Может ли Петя поставить свои две картонки так, что кораблик приплывёт в указанное место с вероятностью более 0,75?

Задача 3. Лотерея Джеффа Питерса. Джефф Питерс устроил лотерею. Лотерейный билет стоит 1 доллар, и на каждом билете напечатаны в случайном порядке буквы слова LUCKY (счастливчик), причём каждая буква встречается два раза. Буквы скрыты под непрозрачной краской. Участник лотереи должен стереть краску ровно с пяти букв. Если открыты все пять букв слова LUCKY, то участник выигрывает томик с рассказами О'Генри. В противном

случае участник не получает ничего. Порядок букв в каждом лотерейном билете случаен и не зависит от других билетов. Томики О’Генри Джефф оплачивает из собранных средств: каждый томик стоит 6 долларов. Всего было выпущено 2100 лотерейных билетов, и все они были распроданы. Найдите:

а) (2 балла) вероятность выиграть томик, купив один билет;

б) (2 балла) математическое ожидание прибыли Джеффа от лотереи.

Задача 4. Два билета на елку (2 балла). В классе несколько мальчиков, а еще есть девочки, которых то ли на одну больше, то ли на одну меньше чем мальчиков. С помощью честного жребия между всеми одноклассниками разыгрываются два билета на новогоднюю ёлку. Что более вероятно – что билеты достанутся двум ученикам одного пола или одному мальчику и одной девочке?

Задача 5. Странная игра Оли. У Оли было 2017 кусочков пластилина, и все были разные по весу. Оля играет в такую игру: за один раз она может слепить вместе два кусочка разного веса и потом ножом разрезать этот комочек пополам (на две одинаковые по весу части).

а) (1 балл). Может ли произойти так, что в какой-то момент все кусочки получатся одинаковыми по весу? Если да, приведите пример, если нет, то объясните почему.

б) (4 балла). Может ли случиться так, что в какой-то момент у Оли получатся кусочки тех же весов, что уже были когда-то?

Задача 6. Раздел имущества. Однажды в одной счастливой стране, где на полях кормится Вещая и Вечная Птица Рю, два брата делили наследство умершего отца – квадратное поле площадью четыре агына. И никак не могли договориться.

И тогда сказал старший брат Хын младшему брату Муну:

– Слушай, брат Мун, давай дождёмся, пока сядет на наше поле Вещая и Вечная Птица Рю. Вот как сядет, так ты заберешь себе прямоугольный участок, у которого одна вершина в юго-западном углу отцовского поля, а противоположная вершина там, где сядет Вещая и Вечная Птица Рю. А остальное я, так и быть, возьму себе.

Подумал Мун и согласился.

И прилетела Вещая и Вечная Птица и села случайным образом в произвольную точку поля и посмотрела хитрым глазом на братьев ¹.

а) (3 балла). Докажите, что вероятность того, что площадь участка Муна будет больше чем у Хына, меньше 0,25.

б) (4 балла). Найдите математическое ожидание случайной величины «площадь участка Муна».

¹ Птица Рю малоизучена, но известно, что она выбирает широту точки поля независимо от долготы этой точки и, вообще, никакая точка поля для этой птицы не хуже и не лучше любой другой.