

ДИАГРАММЫ РАССЕЙВАНИЯ

Урок для 7 класса общеобразовательной школы

Школа 1000

Учитель: Светлана Николаевна Полункина

Цели урока:

1. Научиться искать информацию в Интернете и других источниках, сортировать и представлять ее.
2. Научиться изображать и читать диаграмму рассеивания.
3. Научиться строить предположения (гипотезы) о возможной связи между величинами.

Класс был разделен на 5 групп (5 учащихся в каждой). Каждой группе было поручено подготовить к уроку таблицу с измерениями двух величин.

1 группа: длина мизинца и ширина ладони человека.

2 группа: рост семиклассника при рождении и сейчас.

3 группа: вес и рост семиклассника

4 группа: продуктивность (скорость производства чего-либо) и количество бракованных изделий.

5 группа: цена и возраст машины (на рынке подержанных автомобилей)

Чтобы собрать данные учащиеся 1, 2 и 3 групп провели исследование среди своих одноклассников. Данные были внесены в заранее подготовленные таблицы. Две оставшиеся группы искали нужные данные в Интернете.

Ход урока

Учитель: мы начинаем разговор о диаграммах рассеивания. На предыдущем уроке каждой группе поручено подготовить таблицу с наблюдениями. Пожалуйста, расскажите, что у вас получилось.

Ученик 1ой группы: Мы составили таблицу, содержащую данные по ширине ладони и длине мизинца нескольких людей. Чтобы сделать таблицу, мы просили учеников нашего класса обвести свою левую руку на листе бумаги и затем измерить ширину ладони и длину мизинца. Полученная информация собрана в таблицу.

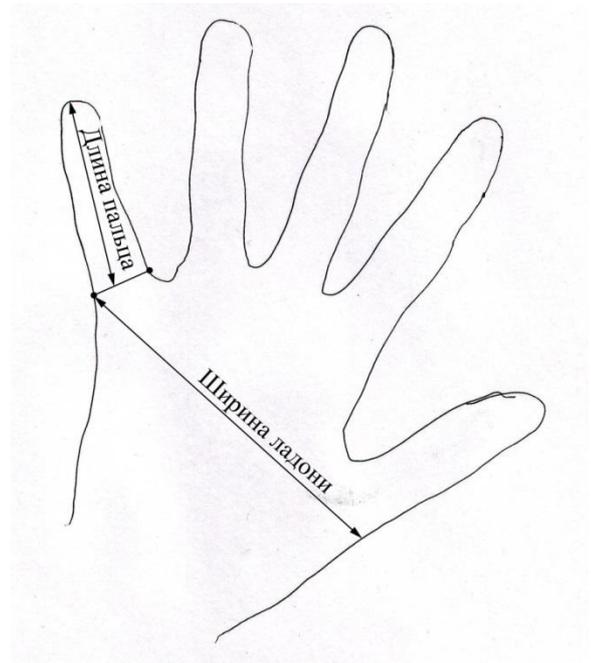
Ладонь (см)	11,5	12,0	11,0	10,0	11,2	10,6	9,7	9,9	11,5	10,5	11,5	11,0
Мизинец (см)	6,5	5,3	6,0	5,6	6,5	6,6	7,2	5,1	7,5	6,0	6,3	5,5

Ладонь (см)	12,0	10,5	11,5	10,0	10,0	10,5	11,5	10,0	10,3	10,0	11,0	11,3
Мизинец (см)	5,5	5,0	6,0	5,5	6,0	6,5	5,5	5,0	6,0	5,0	5,5	6,5

Учитель: Как, по вашему мнению, есть ли связь между этими величинами? Верно ли, что чем шире рука, тем, в целом, длиннее мизинец? Или, может быть, наоборот – чем шире ладонь, тем палец короче? Что вам подсказывает интуиция?

Ученик: Кажется, связь должна быть: чем шире ладонь, тем длиннее палец.

Учитель: Вторая группа, пожалуйста.



2ая группа: У нас было задание составить таблицу роста и веса учеников нашего класса. Мы опросили всех и собрали данные в таблицу.

Рост(см)	176	186	164	156	174	163	144	159	150	162	165	168
Вес(кг)	85	82	92	38	51	69	34	51	45	55	59	60

Рост(см)	156	175	174	175	165	167	163	164	158	162	165	164
Вес(кг)	43	80	57	67	70	57	60	54	38	60	65	55

Каждый раз учитель спрашивает, могут ли школьники предположить какую-либо связь между двумя изменяющимися параметрами, опираясь исключительно на здравый смысл и жизненный опыт. Каждый раз получает разные ответы.

2 группа: Мы думаем, что чем выше человек, тем больше он должен весить.

3 группа: Наша группа составила таблицу, содержащую информацию о росте учеников нашего класса при рождении и сейчас.

При рождении (кг)	54	54	55	52	51	49	51	52	50	47	51	51
Сейчас (кг)	176	186	164	156	174	163	144	159	150	162	165	168

При рождении (кг)	53	51	50	49	48	53	51	54	48	50	51	53
Сейчас (кг)	156	175	174	175	164	165	167	163	164	158	170	165

Можно предположить, что более крупные младенцы должны вырастать в более крупных людей, но возможно, это не так. Мы думаем, что связи может не оказаться.

4 группа: Мы нашли в интернете таблицу “Процент дефектных гвоздей” и “Скорость производства гвоздей”.

Количество (тыс. в час)	4,55	4,61	5,48	4,83	5,08	5,78	4,68	5,11	5,82	4,71
Брак (%)	4,9	4,2	6,0	4,6	6,0	5,9	5,0	5,3	5,7	4,7

Количество (тыс. в час)	4,92	5,74	4,20	4,91	5,27	4,34	5,06	5,3	4,58	4,76
Брак (%)	4,4	6,2	4,3	4,3	5,7	5,0	5,3	6,2	4,4	5,3

Количество (тыс. в час)	5,62	4,52	5,16	5,46	4,04	4,74	5,04	4,55	5,28	5,47
Брак (%)	4,9	3,6	5,2	4,4	5,3	4,8	4,8	3,3	4,7	5,4

Кажется, что между производством и процентом брака должна быть связь – чем быстрее производство, тем больше дефектов.

5 группа: Мы сделали таблицу, показывающую возраст и цену 18 случайно выбранных автомашин Лада(Ваз 2105) в рублях. Для составления таблицы мы пользовались данными сайта www.auto.ru/

Возраст (лет)	3	3	6	6	4	4	3	4	7
Цена (тыс. руб.)	110	100	89	85	72	100	85	79	70
Возраст (лет)	8	1	2	4	10	6	4	4	1
Цена (тыс. руб.)	44	155	120	90	70	94	85	105	170

Мы думаем, что чем старше машина, тем дольше ее использовали, хуже ее состояние, а значит, ниже должна быть цена, т.е. связь между возрастом и ценой машины должна быть.

Учитель. Группы представили свои работы. Обратим внимание, на то, что во всех заданиях фигурируют по две величины, между которыми может оказаться связь. Вы высказали предположения, основанные на опыте и здравом смысле. Чтобы проверить наши догадки иногда может быть полезна диаграмма рассеивания.

Рассмотрим каждую пару величин как координаты точки на координатной плоскости. Нужно выбрать подходящий масштаб и начало координат. Обычно координатные оси пересекаются в точке (0;0). Но иногда удобнее нарисовать оси иначе, чтобы рисунок был понятнее и не имел слишком много пустот.

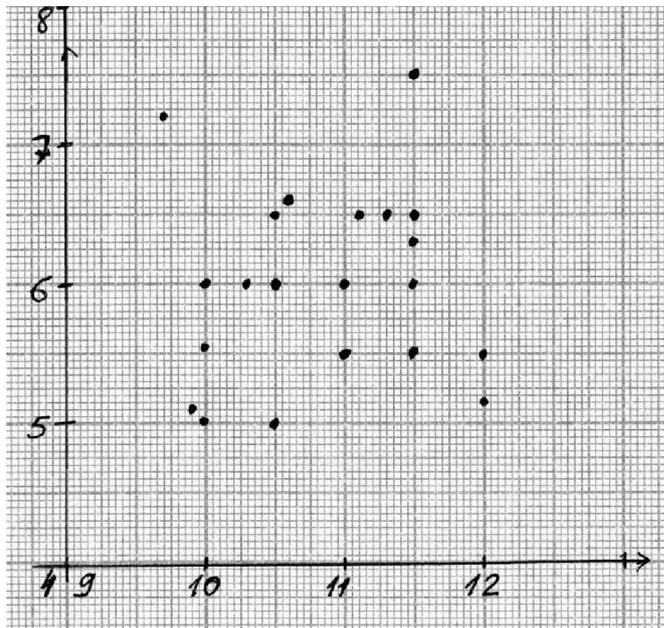
Школьники изображают диаграммы рассеивания на миллиметровой бумаге. Работа организована таким образом, что каждый семиклассник строит свою диаграмму. При этом все диаграммы в одной группе должны получиться одинаковые, что дает возможность взаимо- и самопроверки. На построение диаграмм отводится 7 – 10 минут.

Учитель (показывая одну из диаграмм классу). На разных диаграммах точки расположены по-разному. Как правило, большая часть точек группируется вокруг некоторого центра. Получается «созвездие» или «облако». Но некоторые точки могут находиться далеко от основного облака. Эти точки представляют нетипичные данные – выбросы.

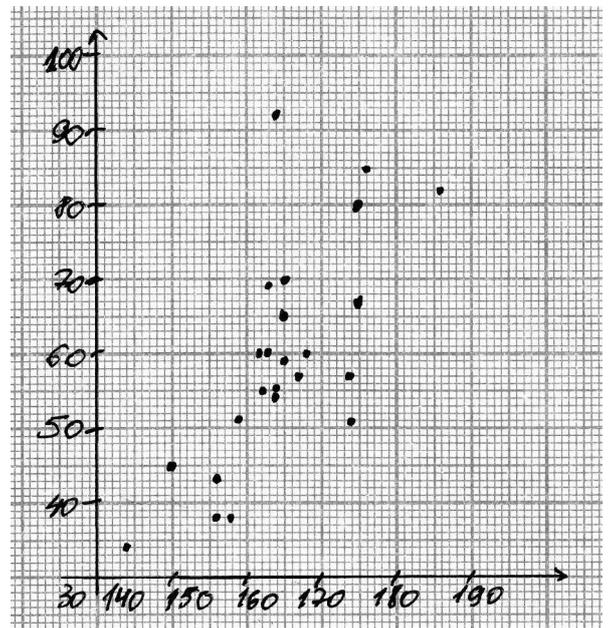
Например, в верхней части диаграммы “Ладонь-палец” видны две точки, находящиеся далеко от облака. Люди, соответствующие этим точкам, имеют нетипично длинные пальцы, может быть они музыканты? Но

эти люди вряд ли будут приняты во внимание, если мы хотим знать что-то про типичную руку типичного семиклассника.

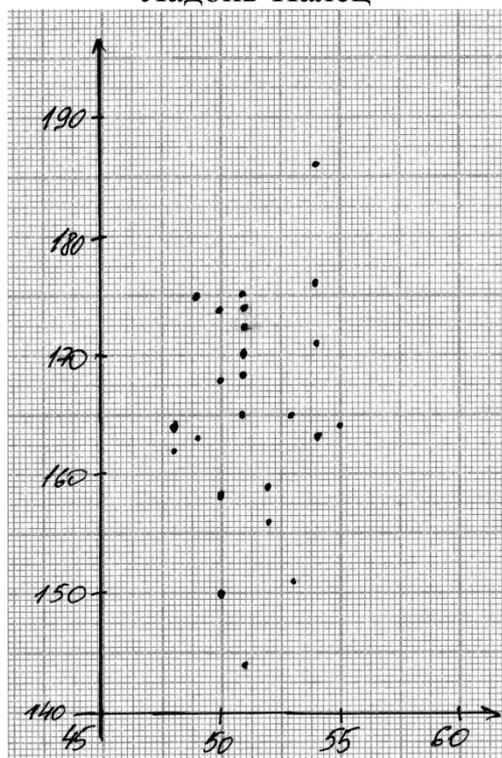
Выбросы можно встретить и на других построенных диаграммах.



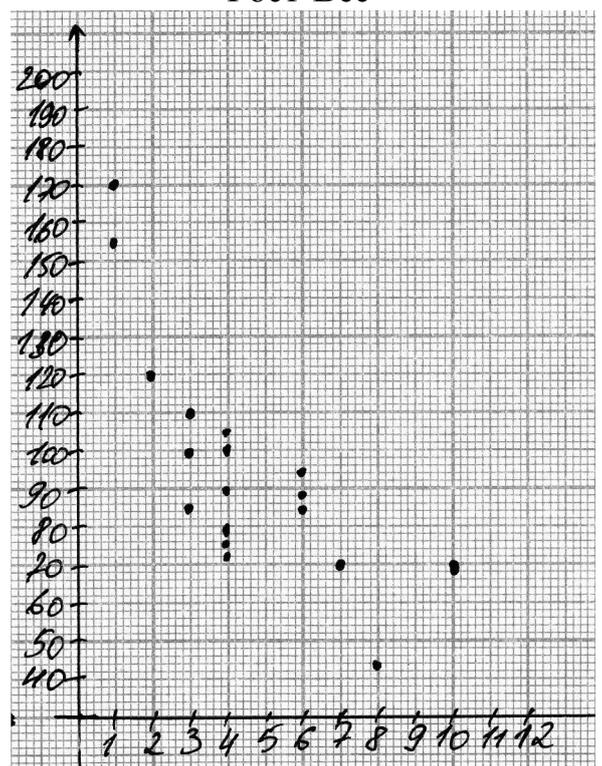
Ладонь-Палец



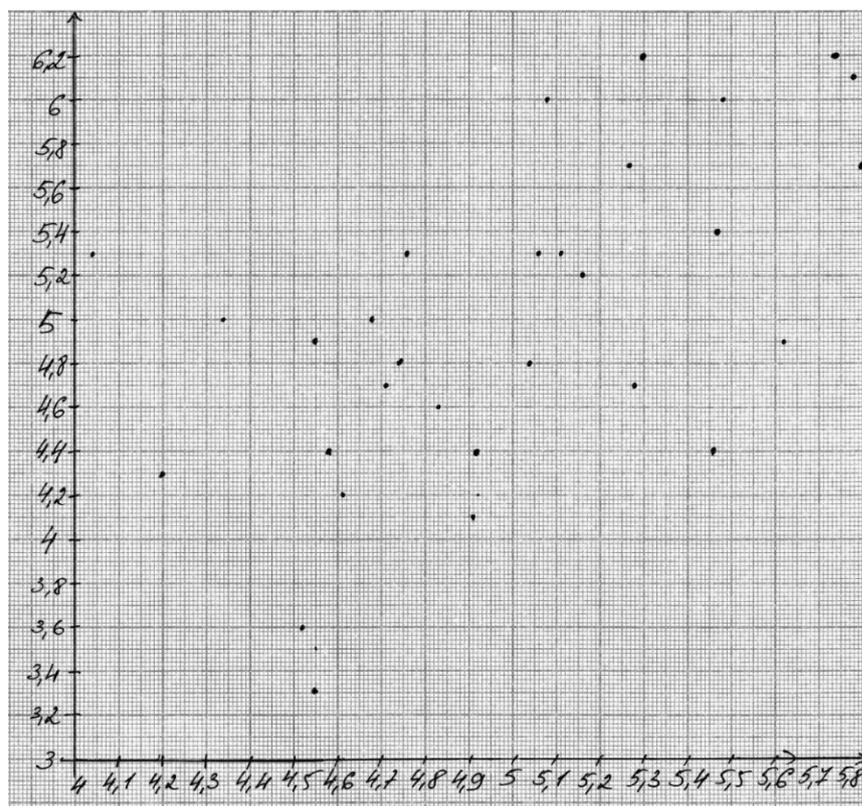
Рост-Вес



Рост при рождении – рост сейчас



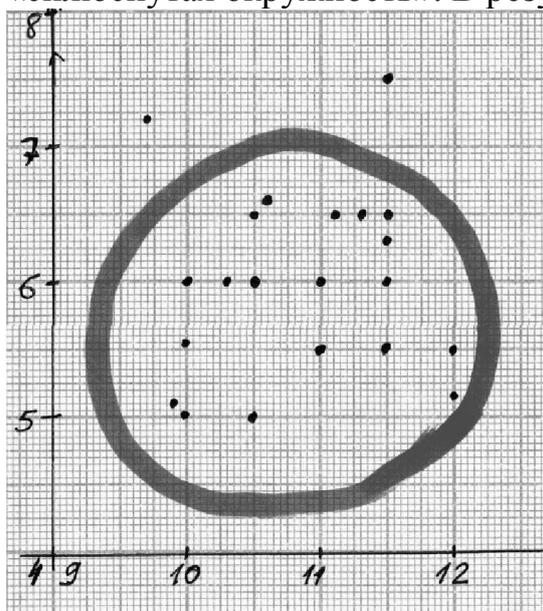
Машины: Возраст - цена



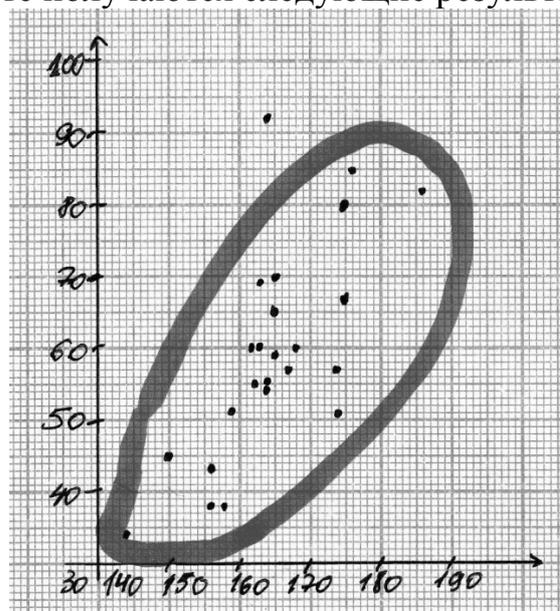
Скорость производства гвоздей – уровень брака

Учитель. Можно ли нарисовать овал, который как бы содержит в себе облако, то есть содержит почти все точки, за исключением, может быть, нескольких, которые мы согласимся убрать из рассмотрения.

Ученики начинают пробовать строить овалы на своих диаграммах. При этом термин «овал» учитель не уточняет, лишь упоминает, что овал – это «сплюснутая окружность». В результате получаются следующие результаты¹.



Ладонь-Палец

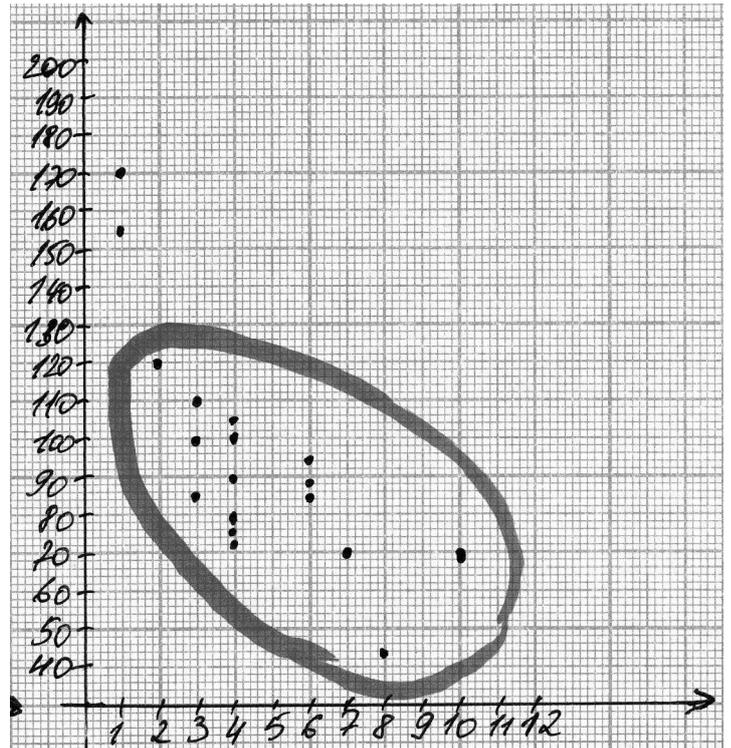


Рост-Вес

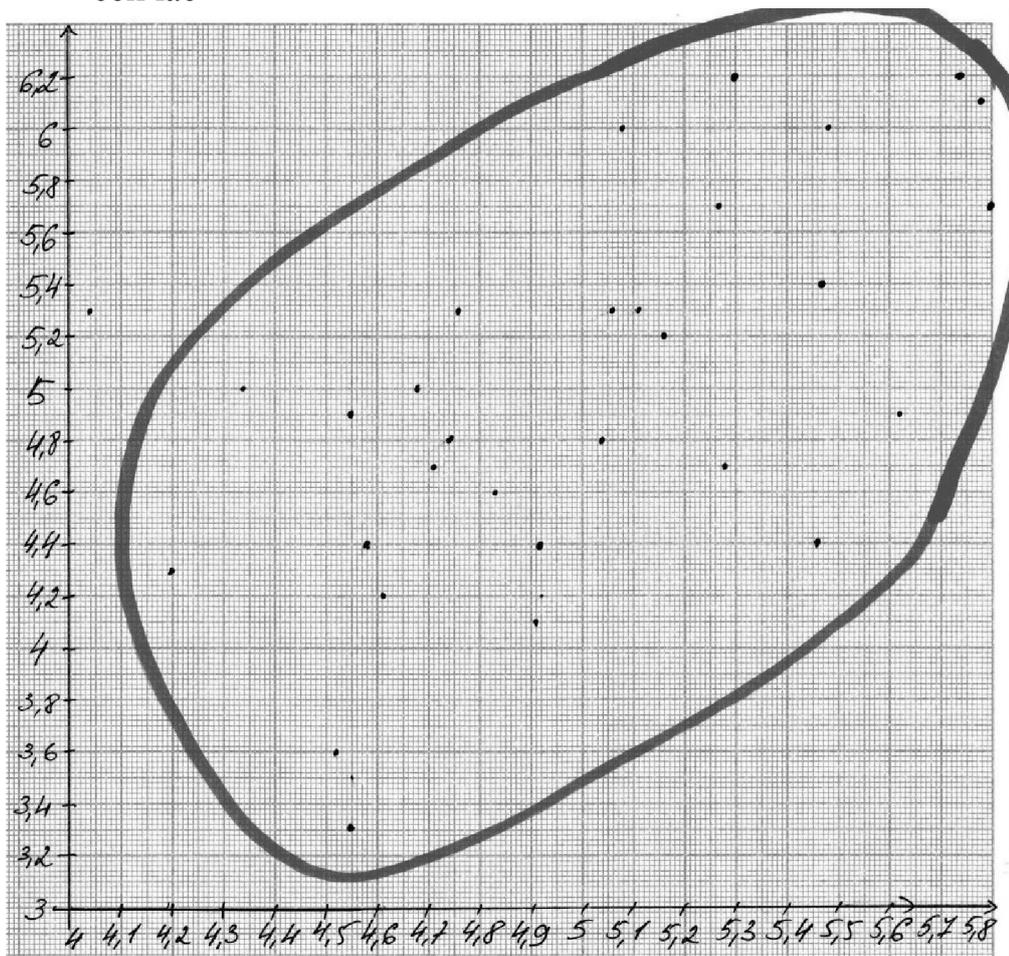
¹ На рисунках представлены не лучшие с математической точки зрения результаты, а те, которые были выбраны для демонстрации в группах самими учащимися. Для того, чтобы овалы было видно, учитель обвел их толстым маркером.



Рост при рождении – рост сейчас



Машины: Возраст - цена



Скорость производства гвоздей – уровень брака

1 группа. На нашей диаграмме “Ширина ладони – длина мизинца” почти все точки попали в круг.

2 группа. На диаграмме “Рост – вес” почти все точки расположены в наклонном овале.

3 группа. На диаграмме “Рост при рождении – рост сейчас” облак растянуто по вертикали.

4 группа. На диаграмме “Скорость – Брак” почти все точки попадают в широкий овал, который имеет наклон.

5 группа. На диаграмме “Возраст – Цена машины” все точки кроме двух попали в наклонный овал.

Учитель: Во всех случаях в облаке расположены все точки, за исключением одной-двух числа. Такие точки показывают нетипичные случаи. Их часто называют выбросами. Например, на диаграмме про автомобили две точки оказались далеко от облака. Что это могут быть за автомобили?

Кто-то из школьников замечает, что обе эти машины почти новые и очень дорогие. Тогда другой школьник предполагает, что эти машины какие-то особенные, может быть, они специально оборудованы или как-то отделаны, поэтому они сильно выбиваются из общей массы.

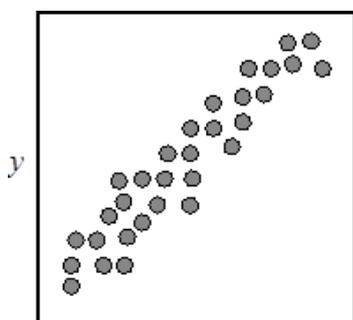
Учитель. Мы можем только догадываться, по какой причине точка оказалась выбросом. Поэтому мы не знаем правила, какие точки считать выбросами, а какие нет. Такого единого правила и не существует. Мы можем договориться об этом в каждом отдельном случае, но сейчас для нас это не главное. Мы просто можем удалить такие точки из рассмотрения, чтобы они не мешали нам видеть общую картину.

Если между двумя переменными есть положительная связь, то есть чем одна величина больше, тем больше вторая, то облако точек вытянуто вправо-вверх (с юго-запада на северо-восток). Может случиться, что мы не увидим связи там, где она есть, или, наоборот, увидим связь там, где ее нет. Такие ситуации возможны, но случаются редко. Чем больше информации есть, тем точнее будут выводы. Следовательно, если облако вытянуто вправо-вверх, можно сделать вывод, что, скорее всего, величины связаны между собой положительно: с ростом одной другая тоже растет (в среднем, может быть не в каждом конкретном случае).

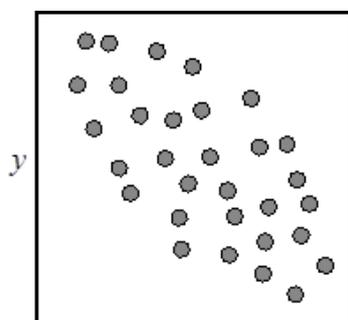
Если связь между величинами отрицательная (одна растет, а другая уменьшается), то облако вытянуто вправо-вниз.

Если значения не связаны между собой, облако на диаграмме не будет иметь явно выраженного наклона. Будет почти круг или овал, вытянутый по горизонтали или вертикали. В таком случае по рисунку можно предположить, что величины не связаны между собой, независимы, а значит, по знание одной из них не помогает сделать оценку другой.

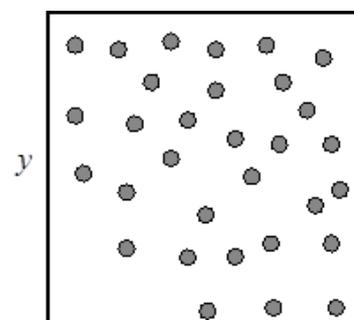
Если на диаграмме видна какая-либо связь, положительная или отрицательная, то иногда можно судить о силе этой связи. Чем теснее точки группируются вокруг прямой – оси овала, тем, скорее всего, сильнее связь между переменными. Если мы видим «размытое наклонное облако», связь может быть, но она слабая, величины находятся в слабом согласии друг с другом.



Сильная положительная связь



Слабая отрицательная связь



Вероятно, нет связи

Учитель. Какие наблюдения и предположения можно сделать по вашим диаграммам?

1 группа. Мы полагали, что связь между шириной ладони и длиной мизинца должна быть, но видно, что точки образуют круг, поэтому диаграмма не показывает связи.

Один из школьников другой группы замечает, что если удалить из рассмотрения две точки справа внизу, то получается наклонный овал и можно видеть слабую положительную связь.

Учитель. Вероятно, нужно больше наблюдений. Тогда, может быть, станет лучше видно, есть связь или нет.

2 группа. Диаграмма показывает, что люди примерно одинаковые по росту имеют разный вес, и с одинаковым ростом тоже имеют разный вес, значит, нет строгой зависимости между ростом и весом. Но облако имеет наклон. Вероятно, между ростом и весом существует положительная связь. Значит, диаграмма согласуется с нашим интуитивным предположением.

3 группа. Диаграмма показывает, что ребята, имевшие одинаковый рост при рождении сейчас имеют разный, и наоборот – ребята, которые сейчас одного роста, при рождении были разного. Мы предполагали, что между переменными не должно быть связи и диаграмма подтвердила наше предположение.

Учитель. То есть, если младенец родился крупным, то нельзя утверждать, что он, скорее всего, будет крупным семиклассником через тринадцать лет.

4 группа. Почти все точки образуют наклонное облако, но одна точка не попадает в него. Она соответствует удивительному месту, где гвозди делают медленно и плохо. Но, поскольку такое место всего лишь одно, мы исключим его из рассмотрения. Из диаграммы видно, что чем выше скорость, тем больше дефектной продукции следует ожидать. Облако размыто, поэтому связь не сильная. Диаграмма подтверждает наше начальное предположение.

5 группа. Мы убрали две точки из диаграммы. Остальные точки образуют облако с хорошо заметным наклоном. То есть, чем машина старше, тем она дешевле. Мы предвидели это. Но точки прилегают к линии наклона не плотно, а значит, вероятно, связь не очень сильна.

Учитель. Подведем итоги. Сегодня мы видели, что связи и зависимости могут быть сложными и обманчивыми, и вряд ли можно найти их, используя только диаграммы рассеивания. Мы можем лишь выдвигать обоснованные предположения, пользуясь диаграммами. Для того, чтобы точно обнаружить связь или, тем более, узнать, какая это связь, нужны другие методы.

В начале урока мы поставили себе ряд целей. Смогли ли мы их достичь к концу? Пожалуйста, ответьте на вопросы.

Вопрос: Что показывает диаграмма рассеивания?

Ожидаемый ответ: Она показывает наличие или отсутствие связи между двумя числовыми величинами.

Вопрос: Как должны быть представлены данные, чтобы мы могли построить диаграмму?

Ожидаемый ответ. Парами чисел.

Вопрос: Могли ли мы где-либо сделать по диаграмме неправильный вывод, и кто-то другой в этом случае не согласится с нами?

Ожидаемый ответ: Да, возможно.

Вопрос: Как, по вашему мнению, сделать исследование более убедительным и надежным?

Ожидаемый ответ: Необходимо больше данных. Возможно, нужны более точные исследования.

Учитель. Главный вывод – чтобы точнее судить, нужно больше знать. Спасибо. Урок окончен. До встречи.

Комментарий

Диаграммы рассеивания являются совершенно новыми объектами изучения в школе. Работая с ними, разумно вести речь о разнообразии связей в мире вокруг нас. Более того диаграмма рассеивания может быть удачно связана с линейными функциями, изучаемыми в 7 и 8 классах.

Описанный урок был проведен в апреле 2012 г. в трех седьмых классах школы №1000 города Москвы. Он не демонстрирует навыки учителя или «инновационные методики». Возможно, количество мини-проектов на уроке было избыточным. Может быть, деление учащихся на группы было не оптимальным с точки зрения теории урока. Безусловно, речь учащихся не была всегда такой гладкой и точной – приходилось подсказывать, помогать формулировать мысль.

Поставленная и, кажется, достигнутая цель была проста – показать, как можно работать с новыми непривычными вещами в курсе математики.

Безусловно, можно было дать более красочный и увлекательный урок с применением компьютера. Мы сознательно отказались от этого, пытаясь сделать материал доступным учителю и в том случае, когда компьютера в классе нет.