

Г. ГЕРАСИМОВА,  
Т. ЧУДНОВСКАЯ,  
И. МОЛЧАНОВА,  
Москва

# НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ УРОКОВ МАТЕМАТИКИ ПРИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКЕ

Важнейшей задачей современной системы образования является формирование совокупности универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих компетенцию «научить учиться», а не только освоение учащимися конкретных знаний и навыков в рамках отдельного учебного предмета. Это новая ключевая задача школы, но ее нельзя назвать неожиданной для учителей, которым свойственны забота об образовании и воспитании своих учеников и стремление к овладению новыми эффективными методиками обучения. В рамках статьи мы познакомим читателей с нашим опытом привлечения компьютерных средств для формирования УУД в процессе овладения математическими знаниями.

Малые компьютерные средства, к которым, в частности, относят научные и графические калькуляторы, — одно из важнейших направлений развития информатизации в школе. Нередко именно с помощью калькуляторов, а не компьютеров ведут обучение в развитых странах Западной Европы, США и Японии учителя математики, физики и других учебных предметов. Специализированные компактные устройства становятся основным средством применения информационных технологий в образовании.

Начиная с 2004 года наш округ начал участвовать в международном научно-методическом проекте «Школьный калькулятор» с использованием калькуляторов фирмы CASIO. Из материалов, опубликованных в газете «Математика», мы узнали, что в этом проекте также участвуют учителя Ярославля, Рыбинска, Хабаровска и др. регионов нашей страны. Наши коллеги отмечали, что использование калькулятора непосредственно в учебном процессе позволяет повысить качество обучения.

И все же, как и многие учителя математики, сначала мы с недоверием отнеслись к тому, чтобы внедрять в наших школах калькуляторы. Главным аргументом «против» было то, что ребята разучатся вычислять как письменно, так и устно. Но, обсудив проблему с учителями физики и химии, мы нашли аргументы «за».

### Аргументы «за»:

— начиная с 7-го класса, то есть когда навыки счета у учащихся сформированы и арифметика является уже прикладным предметом для дальнейшего изучения математики, калькулятор ускорит и упростит выполнение расчетных задач;

— все учащиеся обеспечиваются одинаковыми калькуляторами, что важно в процессе обучения работе с ними, так как модели калькуляторов разных фирм обладают порой разными настройками для выполнения некоторых операций, и учитель не имеет возможности разобраться с калькулятором каждого ученика;

— калькулятор CASIO позволяет экономить время при вычислениях, так как имеется возможность записать все числовое выражение, значение которого нужно найти; кроме того, в нем предусмотрены различные функции, которых нет в других калькуляторах: исправление ошибок в нужном месте введенного числового (либо буквенного) выражения, редактирование выражений, работа с таблицами, статистические расчеты;

— можно увеличить количество рассматриваемых на уроке задач, в их числе задачи с реальными данными, и доводить их решение до интерпретации ответа;

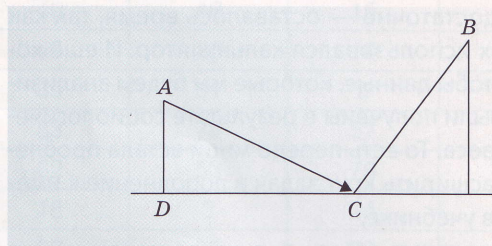
— можно размножить идентичные варианты проверочных работ, так как учитель будет иметь возможность подготовить нужное количество задач, не затрачивая много времени на вычисления.

Это то, с чем мы решили вступить в проект. Учителя — участники эксперимента проходили повышение квалификации на курсах, организованных МИОО в методическом центре Западного окружного управления Департамента образования г. Москвы. Ежегодно проводились конференции, семинары, круглые столы в школах округа, на которых участники эксперимента рассказывали о своем опыте. Часть материалов из опыта работы учителей нашего округа опубликована в газете «Математика» [1].

Рассмотрим теперь два примера, которые раскрывают новые возможности уроков математики при использовании калькуляторов. **Первый пример** из опыта учителей Л.В. Дрябжинской и И.В. Ивановой (СОШ № 1003), в котором рассматривается, как калькулятор помог решить задачу физического содержания благодаря возможности представить рассматриваемую в задаче зависимость в виде таблицы либо в виде графика.

**Задача.** Из пункта *A* нужно добежать с пустым ведром до реки, зачерпнуть воды и принести ее в пункт *B*. Река на этом участке течет по прямой. Расстояния от пунктов *A* и *B* до реки равны 30 м

и 50 м соответственно. Расстояние между основаниями перпендикуляров, проведенных из пунктов *A* и *B* к берегу реки, равно 100 м. Скорость движения с пустым ведром 5 м/с, а с полным — 2 м/с. За какое минимальное время можно это сделать?



Обозначив расстояние *DC* через *x*, получим функцию  $f(x)$  для расчета времени:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 900}}{5} + \frac{\sqrt{(100-x)^2 + 2500}}{2}.$$

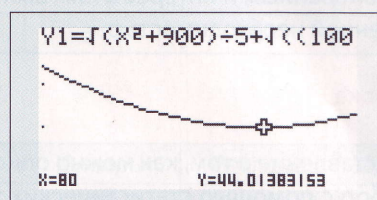


Рис. 1

X	Y1
79	44.016
80	44.013
81	44.019
82	44.033

Рис. 2

На экране калькулятора появится таблица, по показаниям которой учащиеся определят наименьшее время и оптимальное расстояние (рис. 1). Этот же результат подтверждается графически (рис. 2).

При решении подобных задач ребята учатся исследовать зависимость, наблюдая за изменением значений функции в зависимости от изменения значений аргумента, делать вывод и использовать его для ответа на вопросы задачи.

**Второй пример** — из опыта изучения теории вероятностей и статистики. Здесь исключение вычислительных ошибок позволило точнее проанализировать данные, полученные в результате статистических исследований, повысить интерес учащихся к предмету, так как фактор неудачи, связанный с вычислениями, ослабевал или исчезал совсем. В дни Московского образования на ВВЦ учитель Т.М. Чудновская (СОШ № 12) показала мастер-класс по методике использования калькуляторов CASIO на уроках математики. Приведем фрагмент ее выступления.

Как любому учителю, мне хотелось сделать свои уроки по статистике в 7-м классе интересными и полезными для ребят. Поскольку за два года до официального введения теории вероятностей и статистики в 7–9-х классах этот курс я проводила в 10-х классах, то оказалось, что задач, предлагаемых в учебнике, недостаточно — оставалось время, так как на уроках использовался калькулятор. И еще хотелось, чтобы данные, которые мы будем анализировать, были получены в результате социологического опроса. То есть передо мной встала проблема, как расширить круг задач в дополнение к имеющимся в учебнике.

В то время я являлась классным руководителем как раз 7-го класса. Мы участвовали в международном конкурсе «Соревнование классов, свободных от курения», который проходил в течение шести месяцев (мы заняли 9-е место среди 250 школ). Задачи, которые я предложила детям, были как раз связаны с этим соревнованием, и интерес к ним был поддержан жизненной необходимостью.

#### Фрагмент урока

*Цели:*

- дать представление о том, как можно описать числовой набор с помощью статистических характеристик;
- помочь учащимся осознать влияние, которое они испытывают при принятии решения;
- сформировать навыки вычисления статистических характеристик с помощью научного калькулятора.

*Постановка проблемы.* Каждый человек испытывает внешние воздействия во всех жизненных ситуациях. Каждый получает внешнюю информацию и ведет внутренний поиск, при этом анализируя то и другое. Человек встает перед проблемой: осуще-

ствить собственный выбор или подчиниться чьему-либо влиянию. То, что и как мы выбираем, зависит от многих причин. На наш выбор могут влиять: сверстники, кумиры, средства массовой информации и собственные ценности (собственное мнение, взгляды, убеждения).

Я предложила своему классу заполнить таблицу, которую взяла из методического пособия «Соревнование классов, свободных от курения» под редакцией Н.В. Мартынцовой. В ней задается ряд задач, которые можно разбирать при изучении различных тем курса статистики.

*Заполнение таблицы «Что влияет на мой выбор».*

В таблице 1 перечислены некоторые варианты выбора, который ребята постоянно осуществляют, и некоторые факторы, которые оказывают влияние на их выбор. Учащимся нужно отметить в каждой графе, насколько баллов (от 0 до 10) тот или иной фактор влияет на их выбор. Максимальный балл в каждой колонке — 120.

При изучении темы «Вычисления в таблицах» после заполнения таблицы я попросила ребят суммировать по столбцам степень влияния каждого фактора. Мы обсудили, влияние какого фактора оказалось наиболее сильным для каждого ученика.

Далее суммировали результаты по каждому фактору для всего класса. Для этого составили новую таблицу. В качестве примера возьмем группу из 15 человек. Из результатов подсчета в таблице 2 можно сделать вывод о том, влияние какого фактора наиболее сильно, а какого — наименее сильно для данной группы детей в 7-м классе. (А через два года те же ученики стали девятиклассниками и заполнили такую же таблицу. Теперь можно сравнить результаты (табл. 3) и проанализировать, что произошло за 2 года.)

Пример заполнения таблицы «Что влияет на мой выбор»:

Таблица 1

	Родители	Друзья	Учителя	Мода	Кумиры	Реклама	Мои ценности
Какую я выбираю музыку	1	7	1	8	5	7	6
Какие я читаю журналы	1	9	1	7	4	8	7
Какие книги читаю	3	4	9	5	4	5	6
Как я провожу свое свободное время	4	6	1	5	5	5	9
Мое решение курить или не курить	9	8	8	3	3	0	5
Какую выбрать прическу	2	3	8	7	2	0	8
Какие смотреть фильмы	2	8	1	7	6	6	6
Как вести себя на публике	5	7	5	2	4	0	8
Как вести себя у друга дома	5	8	1	1	1	0	9
Как отдыхать	5	2	1	1	3	3	5
Как одеваться	6	8	5	10	4	5	6
Чем я питаюсь	7	2	4	0	0	2	6
<b>Итого</b>	<b>50</b>	<b>72</b>	<b>45</b>	<b>56</b>	<b>41</b>	<b>41</b>	<b>81</b>

Таблица 2

№ уч-ся	Родители	Друзья	Учителя	Мода	Кумиры	Реклама	Мои ценности
1	58	26	37	33	20	22	107
2	49	18	27	10	17	19	70
3	57	26	14	18	14	7	111
4	40	57	8	40	46	15	111
5	44	32	5	43	26	14	72
6	44	55	17	39	31	9	92
7	84	55	21	83	78	57	69
8	74	37	19	62	53	78	64
9	55	47	44	18	3	24	112
10	75	49	33	59	65	52	82
11	55	7	24	2	17	0	76
12	80	9	42	12	22	15	102
13	58	71	51	54	56	53	63
14	80	63	57	57	45	40	90
15	69	33	38	9	18	32	114
<b>Итого</b>	<b>922</b>	<b>585</b>	<b>437</b>	<b>539</b>	<b>511</b>	<b>437</b>	<b>1335</b>

Таблица 3

№ уч-ся	Родители	Друзья	Учителя	Мода	Кумиры	Реклама	Мои ценности
1	45	50	26	30	33	22	94
2	60	48	32	38	28	26	95
3	42	19	26	20	18	16	79
4	47	45	30	31	53	37	99
5	74	63	37	40	39	34	98
6	57	71	37	12	22	12	119
7	39	33	35	18	20	21	109
8	69	43	27	36	37	34	86
9	49	26	31	20	15	32	75
10	53	91	32	40	57	26	102
11	89	55	57	42	21	39	91
12	88	52	54	44	19	34	96
13	73	36	38	13	17	22	113
14	72	57	38	19	30	33	87
15	101	41	40	44	34	62	112
<b>Итого</b>	<b>958</b>	<b>730</b>	<b>540</b>	<b>447</b>	<b>443</b>	<b>420</b>	<b>1455</b>

Каждый из полученных столбцов таблицы представляет собой числовой набор, полученный в результате социологического опроса. Каждый из этих наборов можно описать с помощью статистических характеристик.

Для анализа возьмем столбец «Друзья» (7-й класс):

26, 18, 26, 57, 32, 55, 55, 37,  
47, 49, 7, 9, 71, 63, 33.

Найдем среднее арифметическое этого набора чисел:

$$(26 + 18 + 26 + 57 + 32 + 55 + 55 + 37 + 47 + 49 + 7 + 9 + 71 + 63 + 33) : 15 = 39.$$

Среднее арифметическое ряда чисел показывает, в каком месте числовой прямой группируются эти числа. Оно является в некотором смысле «центром» рассматриваемого набора чисел.

Чтобы получить представление о поведении числового набора, надо знать характеристики разброса, показывающие, насколько значения набора различаются между собой, как сильно они «разбросаны»

вокруг средних. Самой простой такой характеристикой является размах. Найдем: наименьшее значение — 7, наибольшее значение — 71, размах ( $71 - 7 = 64$ ).

Размах очень просто вычисляется, но не всегда несет достоверную информацию, так как на его величину может влиять какое-то одно значение статистического ряда. Поэтому в реальных статистических исследованиях чаще используют другую характеристику разброса, которая сложнее вычисляется, но меньше подвержена таким колебаниям.

Узнаем, как числа нашего набора расположены по отношению к своему среднему арифметическому, т.е. найдем отклонение каждого числа от среднего:

$$\begin{aligned} 26 - 39 &= -13, \\ 18 - 39 &= -21, \\ 57 - 39 &= 18, \\ 32 - 39 &= -7 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

Получаем новый набор чисел, который состоит из отклонений:

$$-13, -21, 18, -7, 16, -2, 8, 10, -32, -30, 32, 24, -6, -13, 16.$$

Если число меньше среднего, то его отклонение отрицательно, если число больше среднего, то его отклонение положительно. По набору отклонений можно судить о том, насколько разнообразны числа в наборе. Если отклонения малы, то числа в наборе расположены близко к среднему арифметическому. А если среди отклонений есть большие по модулю, то числа в наборе сильно разбросаны. Основное свойство отклонений: сумма отклонений чисел от среднего арифметического этих чисел равна нулю. Проверим:

$$-13 + 18 - 21 - 7 + 16 - 2 + 8 + 10 - 32 - 30 + 32 + 24 - 6 - 13 + 16 = 0.$$

Чтобы судить о разбросе, принято складывать не сами отклонения, а их квадраты. Квадраты отклонений неотрицательны, поэтому сумма квадратов отклонений зависит только от абсолютных величин отклонений, а не от их знаков. Чем больше отклонения чисел от среднего арифметического, тем больше будет сумма квадратов отклонений. Чтобы мера разброса чисел не зависела от их количества в наборе, берут среднее арифметическое квадратов отклонений. Эту величину называют дисперсией.

Найдем дисперсию нашего числового набора. Для этого вычислим среднее арифметическое квадратов отклонений, которые были найдены в нашей задаче:  $(18^2 + (-13)^2 + (-21)^2 + (-7)^2 + 16^2 + (-2)^2 + (-32)^2 + 8^2 + (-30)^2 + 10^2 + 32^2 + (-6)^2 + 24^2 + (-13)^2 + 16^2) : 15 = 5392 : 15 \approx 359,5$ .

Вычислив квадратный корень из дисперсии  $\sqrt{359,5} \approx 19$ , получим стандартное (или среднее квадратичное) отклонение числового набора. В вычислениях мы использовали калькулятор. Заметим, что в научном

калькуляторе CASIO есть функция, позволяющая проще вычислить дисперсию, и эту возможность мы использовали при анализе данных.

Опыт работы показал, что ребятам интересно обсуждать данные, полученные в результате социологического опроса, в котором они участвовали сами. Предложенная для разбора таблица «Что влияет на мой выбор» может быть проанализирована более глубоко при отработке умений и навыков нахождения различных статистических характеристик. Например, отвечая на вопрос «Какую выбрать прическу?», можно рассмотреть и проанализировать влияние друзей, родителей, учителей, моды. При этом составляются четыре числовых набора из данных всех учеников класса. Находятся все статистические характеристики. А затем идет анализ полученных результатов, и ребята видят, влияние какого фактора наиболее сильно. При этом формируются умения сотрудничать и работать в группе, что, безусловно, важно в развитии личности каждого из учеников.

В настоящее время учителя нашего округа отмечают, что использование калькулятора непосредственно в учебном процессе позволяет повысить качество обучения за счет снятия технической сложности в задачах, связанных с расчетами по формулам, с построением графиков и пр., что позволяет привлечь дополнительный, интересный учащимся материал и при постановке задач активизировать такие умственные операции, как наблюдение, прогнозирование и т.п.

Мы убедились, что возможность применять калькулятор на уроках математики способствует формированию тесной связи получаемых в школе знаний с практикой и реальными жизненными проблемами учащегося. Это инициирует учебные действия самого учащегося, воспитание у него качеств, необходимых для решения не только математических задач. Заметно развитие у ребят познавательных учебных действий, коммуникативных взаимодействий. Этому во многом содействует включение содержания изучаемого материала в контекст решения актуальных практико-ориентированных задач.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Журова Т.В., Зотова В.И.* Расчеты на каждый день // Математика, 2007, № 10.
2. *Серова З.Н.* Особенности применения калькуляторов в курсе математики 5–6 классов // Математика, 2007, № 21.
3. *Захарова О.Н.* Калькулятор помогает исследовать функции // Математика, 2008, № 2.